Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, Τμήμα Πληροφορικής

Αναπαράσταση γνώσης: Αλλαγή πεποιθήσεων

Δυναμική αλλαγή πεποιθήσεων

Γιαννούλα Μιχαήλ Γκάνα

giannagana1@gmail.com

ΜΑΪΟΣ 2016

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω και να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου σε όλους εκείνους τους ανθρώπους που συνέβαλαν με την επιστημονική και ηθική τους συνδρομή στην ολοκλήρωσή αυτής της εργασίας.

Πρώτα από όλους θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κούτρα Κωνσταντίνο, ο οποίος με μύησε και με εισήγαγε στο συναρπαστικό χώρο της Αναπαράστασης Γνώσης και στην αποτελεσματικότητα της συνεργασίας μας. Τον ευχαριστώ θερμά για την εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπο μου και για τη συμπαράστασή του καθ΄ όλη τη διάρκεια της πορείας της έρευνας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους Καθηγητές του τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου που μου συμπαραστάθηκαν και με ενθάρρυναν να συνεχίσω τις σπουδές μου.

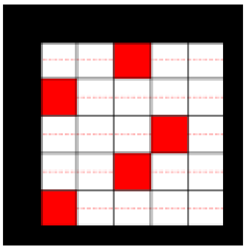
Ευχαριστώ από καρδιάς επίσης την οικογένεια μου και τους φίλους και συναδέλφους που εμφάνισαν ανεξάντλητη υπομονή και ψυχολογική στήριξη στην προσπάθεια μου.

Γιαννούλα Μιχαήλ Γκάνα

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή

Ο κόσμος μας γύρω μας αλλάζει συνέχεια και πρέπει συνεχώς να αλλάζουμε τις πεποιθήσεις μας με σκοπό να τον ακολουθούμε. Συνεχώς, αποκτούμε καινούργιες και πετάμε παλιές. Εάν θέλουμε οι υπολογιστές να αντιδρούν στις διάφορες αλλαγές, τότε θα πρέπει να είναι ικανοί για αναθεώρηση. Δύο επιμέρους προβλήματα της Τεχνητής Νοημοσύνης που προκαλούν επιστημονικό ενδιαφέρον είναι: α) η αναπαράσταση γνώσης και β) η μηχανική μάθηση. Η αναπαράσταση γνώσης αναφέρεται στους τρόπους αναπαράστασης της υφιστάμενης γνώσης, σε ένα πεδίο εφαρμογής. Η ίδια η αναπαράσταση της γνώσης δίνει στη συνέχεια τη δυνατότητα ανάπτυξης αλγορίθμων που προσομοιώνουν την έννοια του συλλογισμού. Έτσι, προκύπτουν συμπεράσματα τα οποία συνάγονται (deduction) αποκλειστικά από τη γνώση που έχει αναπαρασταθεί. Αντίθετα, η μηχανική μάθηση στοχεύει στη δημιουργία νέας γνώσης, η οποία συνήθως επάγεται (induction) από την υπάρχουσα.



Η **Αναπαράσταση Γνώσης** (Knowledge representation) είναι η ερευνητική περιοχή (της Τεχνητής Νοημοσύνης) η οποία ασχολείται με την τυποποίηση κάποιων διαδικασιών της Σκέψης. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιεί ένα σύστημα συμβόλων για να αναπαραστήσει και να περιγράψει ένα ''πεδίο συζήτησης". Το σύστημα συμβόλων περιλαμβάνει διάφορες συναρτήσεις, οι οποίες οδηγούν σε πολλαπλούς τυπικούς συλλογισμούς ή συνεπαγωγές μέσα στο πεδίο συζήτησης. Γενικά, χρησιμοποιείται κάποιο είδος λογικής, το οποίο από τη μία πλευρά δίνει σημασιολογία στις συναρτήσεις που εφαρμόζονται στο ''πεδίο συζήτησης" και από την άλλη χρησιμοποιεί τελεστές (π.χ τροπικούς, ποσοτικούς), οι οποίοι μαζί με διάφορους λογικούς κανόνες αποδίδουν νόημα στις περιγραφόμενες προτάσεις.

Πιστεύοντας ότι η γνώση χρησιμοποιείται για την επίτευξη ευφυούς συμπεριφοράς, ο θεμελιώδης στόχος της είναι η αναπαράσταση με τέτοιο τρόπο, ώστε να διευκολύνεται η εξαγωγή συμπερασμάτων.

Ένα νέο πεδίο στην αναπαράσταση της γνώσης είναι η "Αναθεώρηση πεποιθήσεων". Το πεδίο αυτό συνδυάζει μεθόδους γλωσσών και συμβολισμών, αποθήκευσης και χρήσης καθώς και γλωσσών οντολογιών. Γίνεται μία προσπάθεια μαθηματικο-λογικής περιγραφής της διαδικασίας αλλαγής των πεποιθήσεών μας, όπως αυτή συμβαίνει καθημερινά στον ανθρώπινο νου. Ένα πλήθος διαδικασιών της συλλογιστικής σκέψης. μελετά η Αλλαγή Πεποιθήσεων, η οποία εντάσσεται στην ευρύτερη περιοχή της Αναπαράστασης της Γνώσης.

Στα μέσα της δεκαετίας του 80, η Αλλαγή Πεποιθήσεων αποκτά την τελική της μορφή. Ο όρος ¨Αλλαγή" διαιρείται σε τρεις ευρείες υποενότητες: την πρόσθεση, την αφαίρεση και την αναθεώρηση. Η πρόσθεση αναφέρεται στη συλλογή νέων πληροφοριών (επέκταση πεποιθήσεων), η αφαίρεση την απώλεια πληροφορίας, ενώ η αναθεώρηση ερμηνεύει τη μερική ή ολική αλλαγή στο σύνολο των πεποιθήσεών μας, εξαιτίας της εμφάνισης μίας νέας πεποίθησης.

Κάθε διαδικασία Αλλαγής συνοδεύεται από ένα σύνολο ορθολογικών αξιωμάτων. Τα αξιώματα διατυπώθηκαν με κύριο σκοπό την ομαδοποίηση, ταξινόμηση και περιορισμό των συλλογιστικών μας ενεργειών. Εκτός από τους τύπους αλλαγών και τα σύνολα των αξιωμάτων που αναφέρθηκαν στο χώρο της Αλλαγής Πεποιθήσεων υπάρχουν και άλλες σημαντικές - συμπληρωματικές διαδικασίες. Η παρούσα εργασία περιλαμβάνει τις βασικές ενότητες στην δυναμική της αλλαγής των πεποιθήσεων. Γίνεται ανάλυση στην διαδικασία της πρόσθεσης πεποιθήσεων, στην αφαίρεση πεποιθήσεων και στην αναθεώρηση πεποιθήσεων. (Gardenfors, 1992). Μέσα από τις αλλαγές που παρατηρούνται πρέπει να κατανοούμε τους μηχανισμούς πως μπορούμε να προσθέσουμε μια καινούργια πεποίθηση και να την υιοθετήσουμε μαζί με τις λογικές της συνέπειες. Σήμερα, μέσα από λογικά εργαλεία προσπαθούμε να εφαρμόσουμε τα ανθρώπινα πιστεύω στα περιεχόμενα βάσεων δεδομένων των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Στα πλαίσια των λογικών προτάσεων, αναπτύσσεται η δυνατότητα αποθήκευσης πληροφοριών σε έξυπνα συστήματα. Η δυσκολία όμως συνίσταται στην ανάπτυξη μεθόδων αναθεώρησης πεποιθήσεων. Η νέα πληροφορία πολλές φορές αντιφάσκει με την παλιότερη και γι ΄ αυτό αποτελεί ένα σημαντικό πρόβλημα. Η αφαίρεση εμφανίζεται στην απώλεια μιας πληροφορίας.

Κάθε διαδικασία συνοδεύεται από ένα σύνολο ορθολογικών αξιωμάτων και ιδιοτήτων. Παράλληλα, γίνεται αναφορά για την διαδικασία της γνωσιακής κατοχύρωσης. Όταν ένα σύνολο πεποιθήσεων αφαιρείται ή αναθεωρείται οι προτάσεις που θα αφαιρεθούν θα είναι αυτές με την λιγότερη επιστημονική κατοχύρωση. Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά για την θεωρία των πιθανών κόσμων. Μέσα από αυτή την προσέγγιση θα προσπαθήσουμε να δώσουμε μια άλλη διάσταση στην αναθεώρηση πεποιθήσεων ξεχνώντας μερικούς από τους παλιούς κόσμους. Τέλος, καλούμαστε να αναφέρουμε την πρόταση του Spohn που μέσω της υποθετικοποίησης κατατάσσεις τους πιθανούς κόσμους με βάση την αληθοφάνειά τους.

Παρακάτω είναι ένα τυπικό παράδειγμα από ένα σενάριο αναθεώρησης πεποιθήσεων. Ένας agent λαμβάνει την καινούργια πληροφορία που κάνει τις αλλαγές στη ζωή του. Με την καινούργια πληροφορία κάποιες πληροφορίες πρέπει να αφαιρεθούν ενώ κάποιες συνέπειες πρέπει να προστεθούν, που δημιουργήθηκαν από την δράση της νέας πληροφορίας στις εναπομείναντες παλιές πεποιθήσεις.

Ο Φίλιππας ένας δεκαεννιάχρονος φοιτητής στο Πανεπιστήμιο της Πάτρας, μόλις ανακάλυψε ότι ο Νίκος και η Αγγελική δεν είναι οι αληθινοί γονείς του και ήταν υιοθετημένος από την ηλικία των έξι από ένα ορφανοτροφείο στο Σάο Πάολο. Τα νέα αυτά σόκαραν τον Φίλιππα . Αρκετά που πίστευε μέχρι στιγμής για τη ζωή του και την οικογένεια του ήταν λάθος. Μετά από την ανάρρωσε από το σοκ, άρχισε να βάζει τις σκέψεις του σε σειρά. Η Αλεξάνδρα δεν ήταν η πρώτη ξαδέλφη που λογάριαζε και μπορεί να είχε συγγενείς και στην Λατινική Αμερική.

Η μελέτη αυτής της διαδικασίας της αναθεώρησης των πεποιθήσεων, ξεκίνησε πολύ παλιά από τις αρχές του 1980. Το αρχικό πλαίσιο γεννήθηκε από την εργασία των : Alchourron, Gardenfors και Makinson γνωστό ως το AGM παράδειγμα. Πολλά έχουν γίνει από το 1985 μέχρι τότε.

2 Ο τελεστής της λογικής συνέπειας

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μια βάση δεδομένων που ανάμεσα σε άλλα περιέχει και τις ακόλουθες πληροφορίες σε κάποια μορφή κώδικα:

α: Όλοι οι ευρωπαϊκοί κύκνοι είναι λευκοί.

β: Το πουλί που πιάστηκε σε μια παγίδα είναι κύκνος.

γ: Το πουλί που πιάστηκε στην παγίδα ήταν από την Ελλάδα.

δ: Η Ελλάδα είναι ευρωπαϊκή χώρα.

Εάν αυτή η βάση δεδομένων βρίσκεται σε υπολογιστικό πρόγραμμα που μπορεί να δημιουργεί λογικές συνέπειες σε ένα δοσμένο κώδικα, τότε μια συνέπεια θα είναι η πρόταση ε:

Το πουλί που πιάστηκε στην παγίδα ήταν λευκό.

Αν όμως τώρα υποθέσουμε ότι το πουλί που πιάστηκε στην παγίδα είναι μαύρο. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να προσθέσουμε την ┐ε που θα κάνει τη βάση δεδομένων ασυνεπές. Αν θέλουμε να διατηρήσουμε τη βάση συνεπώς, θα πρέπει να αναθεωρήσουμε. Κάποιες πεποιθήσεις θα πρέπει να εγκαταλειφτούν. Δεν θέλουμε να τις πετάξουμε όλες γιατί θα χάσουμε άδικα κάποιες χρήσιμες πληροφορίες. Άρα, πρέπει να διαλέξουμε από το α έως το δ.

Τα πράγματα γίνονται πιο περίπλοκα γιατί σε ένα σύνολο πεποιθήσεων έχουμε λογικές συνέπειες και για αυτό πρέπει να αποφασίσουμε ποιες συνέπειες θα κρατήσουμε και ποιες θα αποχωριστούμε. Για παράδειγμα, αν αφαιρέσουμε και την πρόταση α, αυτή έχει λογικές συνέπειες όπως:

φ: Όλοι οι ευρωπαϊκοί κύκνοι εκτός από αυτόν που παγιδεύτηκε είναι λευκοί

ψ: Όλοι οι ευρωπαϊκοί κύκνοι εκτός από μερικούς από την Ελλάδα είναι λευκοί.

Θέλουμε αυτές να τις διατηρήσουμε;

Έτσι, έχουμε την εισαγωγή του τελεστή Cn (Closed under Logical consequences).Ο τελεστής αυτός λαμβάνει υπόψιν όλα τα στοιχεία ενός συνόλου καθώς και όλες τις λογικές συνεπαγωγές του. Έτσι το Cn(A) είναι το σύνολο όλων των λογικών συνεπαγωγών του A, και το α Є Cn(A) ισχύει εάν και μόνο εάν το α είναι λογική συνεπαγωγή του A. Μια πρόταση α προκύπτει λογικά από μια άλλη πρόταση β εάν και μόνο εάν α Є Cn({β}) (εν συντομία α Є Cn(β)). Μια πρόταση α είναι λογικά αληθής (ταυτολογία) εάν και μόνο α Є Cn(∅).

Ο Alfred Tarski εισήγαγε το 1936 τον τελεστή Cn.

Ορισμός 1.1

Ο τελεστής "κλειστής συνεπαγωγής" της γλώσσας L είναι η συνάρτηση Cn που αντιστοιχεί κάθε υποσύνολο της L σε ένα άλλο υποσύνολο της L τέτοιο ώστε:

A ⊆ Cn(A) (inclusion - συμπερίληψη)

Εάν A ⊆ B, τότε Cn(A) ⊆ Cn(B) (monotony - μονοτονία)

Cn(A) = Cn(Cn(A)) (iteration - επανάληψη)

Εάν το α μπορεί να παραχθεί από το A μέσω της κλασσικής λογικής τότε α Є Cn(A) (supraclassicality)

β Є Cn(A U {α}) εάν και μόνο εάν α ^ β Є Cn(A) (deduction - απαγωγή)

Εάν α Є Cn(A) τότε α Є Cn(A') για κάποιο πεπερασμένο σύνολο A' ⊆ A (compactness - συμπαγείς)

Ορισμός 1.2

Ένα σύνολο A έχει πεπερασμένη αναπαράσταση, εάν και μόνο εάν υπάρχει ένα πεπερασμένο σύνολο A' τέτοιο ώστε Cn(A) = Cn(A'). Εάν το A είναι το μη κενό και έχει πεπερασμένη αναπαράσταση, τότε το ΛA συμβολίζει τη σύζευξη όλων των στοιχείων κάποιου πεπερασμένου συνόλου A' τέτοιο ώστε Cn(A) = Cn(A'*)*

Ορισμός 1.3

Ένα σύνολο A είναι αντιφατικό εάν και μόνο εάν υπάρχει πρόταση α τέτοια ώστε α Є Cn(A) και ┐α Є Cn(A). Το σύνολο A είναι συνεπές εάν και μόνο εάν δεν είναι αντιφατικό.

Ορισμός 1.4

Για κάθε σύνολο A και οποιαδήποτε πρόταση α:

A ⊦ α εάν και μόνο εάν α Є Cn(A)

α ⊦ β η συντόμευση του {α} ⊦ β

⊦ β η συντόμευση του ^⊦ β

A ⊦ α συμβολίζει ότι A ⊦ α δεν ισχύει

Ορισμός 1.5

Ένα σύνολο A είναι κλειστό ως προς τη λογική συνεπαγωγή εάν και μόνο εάν A = Cn(A).

Παρατήρηση 1

Εάν A και B δυο σύνολα κλειστά ως προς τη λογική τους συνεπαγωγή, το ίδιο θα ισχύει και για την τομή τους A ∩ B.

Παρατήρηση 2

Εάν A και B δυο σύνολα κλειστά ως προς τη λογική τους συνεπαγωγή τότε Cn(A ∩ *B) =* Cn(A) ∩ Cn(B).

Για σύνολα κλειστά ως προς τις λογικές συνεπαγωγές τους τα σύμβολα Є και ⊦ θα χρησιμοποιούνται εναλλακτικά, δηλαδή

A ⊦ α εάν και μόνο εάν α Є A

Θέτουμε ως K ένα συνεπές σύνολο πεποιθήσεων. Για για κάθε πρόταση φ υπάρχουν μόνο τρεις διαφορετικές γνωστικές καταστάσεις, οι οποίες εκφράζονται ως εξής:

φ Є K: η πρόταση φ γίνεται αποδεκτή

┐φ Є K: η πρόταση φ απορρίπτεται

Οι αλλαγές στις πεποιθήσεις είναι ένα σχετικά νέο πεδίο που αναγνωρίστηκε από τα μέσα του 1980. Μία από τις εφαρμογές του είναι στους υπολογιστές. Με την χρήση των υπολογιστών, οι προγραμματιστές πρέπει συνεχώς να ενημερώνουν βάσεις δεδομένων . Σημαντικό ρόλο έχει παίξει η φιλοσοφία. Στον εικοστό αιώνα, οι φιλόσοφοι συζήτησαν τους μηχανισμούς με τους οποίους οι επιστημονικές θεωρίες αναπτύχθηκαν. Το 1970 υπήρξε μια σειρά από μελέτες από τον Isaac Levi που έβαλε τα θεμέλια των ερευνών. Την ίδια περίοδο, η εργασία του William Harper είχε μια διαρκή επίδραση. Το επόμενο λιθαράκι μπήκε από τους AGM. Έτσι, ονομάζονται ο Carlo Alchourron, ο Peter Gardenfors και ο David Makinson που ο συνδυασμός τους δημιούργησε ένα καινούργιο, πιο γενικό τυπικό πλαίσιο για τις μελέτες στην αλλαγή πεποιθήσεων. Σήμερα, οι προσπάθειες έχουν οδηγηθεί σε πιο ρεαλιστικά μοντέλα στους υπολογιστές. (Hansson, 1999).

Αλλαγές μπορεί να είναι επιτυχείς ως εξής :

A) Πιστεύεις στο p; Όχι

Πίστευε στο p!

Πιστεύεις στο p; Ναι

B) Πιστεύεις στο q; Ναι

Μην πιστεύεις στο q!

Πιστεύεις στο q; Όχι

Στην A περίπτωση, η οδηγία οδηγεί τον υπολογιστή να ενσωματώσει μια πεποίθηση στη βάση. Στη δεύτερη οδηγεί στο να αφαιρεθεί η πεποίθηση.

Όταν μιλάμε για αλλαγή παραδεχόμαστε ότι υπάρχει κάτι που αλλάζει. Το αντικείμενο της αλλαγής είναι η κατάσταση πεποιθήσεων. Μπορούμε να αναπτύξουμε πολλές κατασκευές για να χρησιμοποιήσουμε ως μοντέλα στις καταστάσεις πεποιθήσεων.

Διαφορετικά, μπορούμε να το χειριστούμε σαν ένα ¨μαύρο κουτί¨. Ανεξαρτήτως αν έχουμε ένα κατασκευαστικό μοντέλο ή ένα ¨μαύρο κουτί¨ σαν άποψη, αυτό που προέχει είναι το σύνολο των προτάσεων που ομολογούν πεποίθηση.

Κάθε κατάσταση πεποιθήσεων είναι ένα σύνολο πεποιθήσεων. Με άλλα λόγια υπάρχει η συνάρτηση s που αντιστοιχεί ένα σύνολο πεποιθήσεων σε μια κατάσταση πεποιθήσεων. Η

συνάρτηση καλείται υποστηρικτική (support) αφού ταξινομεί τις προτάσεις που υποστηρίζονται από την κατάσταση πεποιθήσεων.

Επέτρεψε Κ να είναι η κατάσταση πεποιθήσεων. Τότε, η s(K) είναι ένα σύνολο πεποιθήσεων που σχετίζονται με το Κ.

Ο λογικός άνθρωπος πιστεύει στις λογικές συνέπειες των πεποιθήσεων. Το ίδιο εφαρμόζεται σε τεχνητά έξυπνα συστήματα.

Γενικά, ισχύει ότι είναι λογικό επακόλουθο από μια κατάσταση πεποιθήσεων να πάρουμε στοιχείο του συνόλου πεποιθήσεων. Με άλλα λόγια, το σύνολο πεποιθήσεων είναι κλειστό κάτω από λογικές συνέπειες. Για να εκφράσουμε αυτό το κλειστό κάτω από την τυπική γλώσσα χρησιμοποιούμε τον τελεστή συνεπειών Cn. Για κάθε σύνολο Α από προτάσεις, Cn(A) είναι ένα σύνολο προτάσεων που ακολουθούν λογικά το Α. Έτσι αν $\alpha \in Cn(A)$, τότε ακολουθεί λογικά το Α. Διαφορετικά, το γράφουμε έτσι $A \vdash \alpha$. Οπότε, $A \vdash \alpha$ και $\alpha \in Cn(A)$ είναι εναλλάξιμοι συμβολισμοί.

Το Α θέλει το Α να είναι κλειστό κάτω από λογικές συνέπειες εάν και μόνο αν περιέχει όλες τις λογικές του συνέπειες και εάν και μόνο το Cn(A) αποτελεί υποσύνολο του Α. Καθώς όμως, οτιδήποτε ακολουθεί τη λογική από μόνο του, το Α είναι πάντα υποσύνολο του Cn(A). Για αυτό το κριτήριο για το Α να είναι κλειστό κάτω από λογικές συνέπειες μπορεί να αναπαρασταθεί :

$$A= Cn(A)$$

Η «κλειστή συνεπαγωγή» που εφαρμόζεται στην γλώσσα μας έχει μερικές φαινομενικά αντίθετες συνέπειες. Για κάθε δύο προτάσεις α,β, η $\alpha \vee \beta$ είναι λογική συνέπεια του α, έτσι, αν το α είναι σύνολο πεποιθήσεων, τότε είναι κι το $\alpha \vee \beta$.

Έτσι, $\beta \rightarrow \alpha$ και $\neg\alpha \rightarrow \beta$ δημιουργείται από το α, είναι και τα δύο στοιχεία από σύνολα πεποιθήσεων που περιέχουν το α. Επιπλέον, όλες οι λογικές προτάσεις όπως οι θεωρίες των μαθηματικών, είναι λογικές συνέπειες από κάθε σύνολα από προτάσεων (περιέχοντας το κενό σύνολο). Επομένως, όλα τα σύνολα των πεποιθήσεων περιέχουν λογικές αλήθειες.

Ο Isaak Levi επισήμανε ότι ένα σύνολο πεποιθήσεων περιέχει τις προτάσεις που κάποιος είναι αφοσιωμένος να πιστεύει και όχι αυτές που πραγματικά πιστεύει . Σύμφωνα με το Levi, είσαι δοξαστικά αφοσιωμένος να πιστεύεις σε όλες τις λογικές συνέπειες των πεποιθήσεων σου αλλά τυπικά, η επίδοση δεν εκπληρώνει τη δέσμευση.

Το 1970, η διευκρίνηση του Levi για την τυπική έννοια του συνόλου των πεποιθήσεων παρείχε ένα από τα βασικά θεμέλια για την ανάπτυξη της δυναμικής των πεποιθήσεων. Ήταν το θεμέλιο για το σύνολο των πεποιθήσεων. Αλλά, συνώνυμο είναι και η ¨θεωρία¨. Έτσι, συχνά χρησιμοποιείται από αυτούς που ασχολούνται με την λογική, γιατί η θεωρία είναι ένας λογικός όρος για ένα σύνολο που είναι ¨κλειστής συνεπαγωγής¨. Το σύνολο πεποιθήσεων συχνά αναγράφεται με το Κ (που αντιστοιχεί στο Knowledge).(Πολλοί συγγραφείς συχνά χρησιμοποιούν την ¨Knowledge¨ως συνώνυμο των πεποιθήσεων.

3 Πρόσθεση Πεποιθήσεων

3.1 Ορισμός

Η πρόσθεση είναι ο πιο απλός τρόπος αναπαράστασης της επιστημολογικής αλλαγής όπου "μαθαίνουμε κάτι καινούργιο". Έχουμε μια καινούργια πληροφορία. Η βασική ιδέα κλειδί είναι ότι, όταν αλλάζουμε τις πεποιθήσεις μας, επιθυμούμε να διατηρήσουμε όσο το δυνατόν περισσότερες από τις παλιές μας πεποιθήσεις. Αυτό αποτελεί το πιο σημαντικό κριτήριο στην αλλαγή των πεποιθήσεων, το οποίο είναι γνωστό και ως κριτήριο "πληροφοριακής οικονομίας" ή 'αρχή της ελάχιστης αλλαγής"

Για την ενσωμάτωση έχει γίνει μια διαδικασία αλλαγής του συνόλου των πεποιθήσεων K ώστε να περιλαμβάνει την συγκεκριμένη πρόταση α. Ο πιο απλός τρόπος για να ενσωματώσουμε το α στο K είναι να προσθέσουμε σε αυτό το σύνολο θεωρητικά το : K U{α}. Αυτό είναι όμως τόσο απλό καθώς το : K U{α} είναι λογικά κλειστό. Στην δυναμική των συνόλων πεποιθήσεων θέλουμε να διατηρήσουμε το λογικό κλείσιμο. Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε αν πάρουμε το αποτέλεσμα από το τελεστή να είναι Cn(K U{α}) από ότι να είναι : K U{α}. Με αυτό τον τρόπο έχουμε ορίσει την λειτουργία της πρόσθεσης του συνόλου των πεποιθήσεων που αρχικά παρουσιάστηκε από το Levi:

Ορισμός 1.1 (Levi, 1988)

Έστω K είναι ένα σύνολο πεποιθήσεων και α μια πρόταση. K+α είναι η λογική πρόσθεση του K από το α, ορίζεται ως εξής :

$$K+\alpha = Cn(K \cup \{\alpha\})$$

Είναι εύκολο να επαληθεύσουμε ότι εάν το α Є K τότε K+α είναι ισοδύναμο με το K. Είναι όπως έπρεπε να είναι. Για να ενσωματώσουμε μια πεποίθηση που είναι ήδη στο σύνολο των πεποιθήσεων είναι μια περιττή διαδικασία που δεν φέρνει καμία αλλαγή.

Κάτι διαφορετικό όμως συμβαίνει όταν παρουσιάζουμε την πρόσθεση του K+α σε ένα σύνολο πεποιθήσεων όταν ┐α Є K. Σε αυτή την περίπτωση το αποτέλεσμα του συνόλου των πεποιθήσεων θα είναι λογικά ασυνεπής.

Αυτό κάποιος μπορεί να πει δεν είναι εξωπραγματικό. Πιθανόν οι περισσότεροι από εμάς έχουμε αντιφατικές πεποιθήσεις αλλά είμαστε παρόλα αυτά ικανοί να τα πάμε καλά και μερικές φορές να συμπεριφερόμαστε αρκετά ορθολογικά. Δεν θα έπρεπε τίποτα σοβαρά να είναι λάθος ή με τον υπολογιστή να δέχεται δύο αντιφατικές προτάσεις, εάν αυτό δεν οδηγεί στην διάδοση των αντιφάσεων σε άλλα μέρη της βάσης δεδομένων.

Αυτό είναι αλήθεια αλλά δεν μπορεί να εφαρμοστεί αν χρησιμοποιούμε σύνολα πεποιθήσεων σαν καταστάσεις πεποιθήσεων.

Ο λόγος για αυτό είναι ότι τα πάντα μας ακολουθούν από ένα αντιφατικό σύνολο. Αυτό μπορεί να το ελέγξουμε με τους πίνακες αληθείας. Εάν και τα δύο α και ┐α είναι στοιχεία του συνόλου των πεποιθήσεων τότε θα είναι και το α&┐α. Είναι η ταυτολογία αληθείας ότι α&┐α→β για κάθε αυθαίρετη πρόταση β, ώστε η β να ακολουθεί λογικά την α&┐α. Επομένως, εάν και τα δύο στοιχεία α και ┐α είναι του συνόλου πεποιθήσεων, τότε θα είναι και κάθε πρόταση β. Εάν έχεις αντιφατικές πεποιθήσεις, τότε μπορείς να πιστέψεις σε οτιδήποτε. Αντιφατικά σύνολα πεποιθήσεων περιέχουν όλες τις προτάσεις. Δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να κάνουν καμία διάκριση.

Συμπεραίνουμε από αυτό ότι υπάρχει μόνο ένα ασυνεπής σύνολο πεποιθήσεων. Περιέχει όλες τις προτάσεις της γλώσσας. Συνήθως δηλώνεται ως $K_{\perp}$ (όπου $\perp$ σημαίνει αντίφαση) και είναι ιδανικό για το Cn({α&┐α}). Συχνά καλείται το παράλογο σύνολο πεποιθήσεων.

3.2 Αξιώματα – Ιδιότητες της πρόσθεσης

Εάν το Κ είναι το αρχικό σύνολο πεποιθήσεων και φ μία νέα πληροφορία, τότε η πρόσθεση του Κ με το φ συμβολίζεται ως K^+.

(Κ+ 1) K_ϕ^+ είναι ένα σύνολο πεποιθήσεων

(Κ+ 2) $\phi \in K_\phi^+$.

Εάν το $\neg\phi \in K$ τότε $K \subseteq K_\phi^+$

Ωστόσο, στην περίπτωση όπου το $\neg\psi \in K$, η πρόσθεση της πρότασης ψ οδηγεί σε ανεπάρκεια και είναι αντίφαση. Επειδή λοιπόν το K± είναι το υπερσύνολο όλων των συνόλων πεποιθήσεων, η ιδιότητα μπορεί να γενικευτεί στο παρακάτω αξίωμα:

(Κ+ 3) $K \subseteq K^+_\phi$

Στην περίπτωση όπου το φ ανήκει ήδη στο αρχικό σύνολο πεποιθήσεων Κ η 'έπαναπρόσθεσή" του δεν θα πρέπει να έχει καμία επίδραση στην κατάσταση των πεποιθήσεών μας. Η παραπάνω ιδέα διατυπώνεται από το τέταρτο στη σειρά αξίωμα:

(Κ+ 4) Εάν το $\neg\phi \notin K$ τότε $K_\phi^+ \subseteq K$

Το αξίωμα της μονοτονίας

(Κ+ 5) Εάν το $K \subseteq H$ τότε $K_\phi^+ \subseteq H_\phi^+$

Τα αξιώματα για τη διαδικασία της πρόσθεσης που έχουν ήδη παρουσιαστεί δεν προϋποθέτουν οποιαδήποτε μορφή λογικής δομής στα σύνολα των πεποιθήσεων. Εάν λάβουμε υπόψιν ότι τα σύνολα πεποιθήσεων είναι κλειστά ως προς τη λογική τους συνεπαγωγή, δηλαδή ότι ικανοποιούν τη συνθήκη (Cn), τότε μπορούμε να εξάγουμε κάποιες επιπλέον ιδιότητες:

(Κ+ 6) Εάν $\vdash \phi \leftrightarrow \psi$ τότε $K_\phi^+ = K_\psi^+$

Με άλλα λόγια το περιεχόμενο του συνόλου K^+ καθορίζεται από τη λογική ισχύ του φ και όχι από τη λογική του διατύπωση. Η επόμενη ιδιότητα είναι γνωστή και ως 'αρχή της σύνθεσης":

$$\mathbf{(K_{\phi}^{+})_{\psi}^{+} = K^{+}_{\phi \wedge \psi}}$$

Η ερμηνεία αυτής της αρχής είναι ότι η πρόσθεση της πληροφορίας φ και έπειτα της ψ οδηγεί στο ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα με την πρόσθεση της φ Λ ψ. Αυτό σημαίνει ότι η σειρά που καταφθάνουν οι πληροφορίες στο σύνολο των πεποιθήσεών μας δεν μας ενδιαφέρει· δηλαδή η διαδικασία της πρόσθεσης μπορεί να χαρακτηριστεί και ως επιμεριστική:

$$\mathbf{(K_{\phi}^{+})_{\psi}^{+} = (K_{\psi}^{+})_{\phi}^{+}}$$

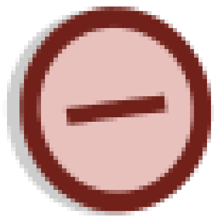
Μία άμεση συνέπεια της ιδιότητας 3.3 είναι η εξής:

Εάν $\neg\phi \in K$, τότε $K_{\phi}^{+} = \perp$ Αντίφαση

Πίνακας 1: Αξιώματα πρόσθεσης πεποιθήσεων

(K+ 1)	K^{+}_{ϕ} είναι ένα σύνολο πεποιθήσεων
(K+ 2)	$\phi \in K^{+}_{\phi}$
(K+ 3)	$K \subseteq K^{+}_{\phi}$
(K+ 4)	Εάν το $\phi \in K$ τότε $K^{+}_{\phi} = K$
(K+ 5)	Εάν το $K \subseteq H$ τότε $K^{+}_{\phi} \subseteq H^{+}_{\phi}$
(K+ 6)	Εάν $\vdash \phi \leftrightarrow \psi$ τότε $K^{+}_{\phi} = K^{+}_{\psi}$

4 Αφαίρεση πεποιθήσεων



4.1 Ορισμός

Αφαίρεση είναι η λειτουργία αφαίρεσης μιας συγκεκριμένης πεποίθησης από το σύνολο των πεποιθήσεων. Η αφαίρεση των πεποιθήσεων πραγματοποιείται, όταν απομακρύνουμε από ένα σύνολο πεποιθήσεων μερικές πεποιθήσεις χωρίς όμως να προσθέτουμε νέες. Η διαδικασία της αφαίρεσης δεν έχει άμεση εφαρμογή στην πραγματικότητα αλλά αποτελεί μία τεχνική ή αλλιώς ένα ενδιάμεσο κρίκο για την πραγματοποίηση της διαδικασίας της αναθεώρησης των πεποιθήσεων. (Gardenfors, 1984).

Το κύριο πρόβλημα στην αφαίρεση είναι ότι, όταν απομακρύνουμε μία πεποίθηση φ από ένα σύνολο πεποιθήσεων Κ, μπορεί να υπάρχουν επιπρόσθετες πεποιθήσεις στο Κ που επιφέρουν το φ (ή άλλες πεποιθήσεις που από κοινού επιφέρουν το φ). Το πρόβλημα είναι στον προσδιορισμό των πεποιθήσεων που θα πρέπει να απορριφθούν και αυτών που θα πρέπει να διατηρηθούν. Καμία από τις πεποιθήσεις δεν θα πρέπει να απορρίπτεται άσκοπα επειδή το κριτήριο της πληροφοριακής οικονομίας εφαρμόζεται και στην αφαίρεση.

Η αφαίρεση μίας πρότασης φ από ένα σύνολο πεποιθήσεων Κ παριστάνεται από το συμβολισμό Κ-. Υποθέτουμε ότι για κάθε σύνολο πεποιθήσεων και για κάθε πρόταση φ υπάρχει μία "μοναδική" συνάρτηση αφαίρεσης που ορίζει το K^-.

4.2 Παραδείγματα αφαίρεσης

Μπορούμε να δώσουμε ένα παράδειγμα από την αφαίρεση πεποιθήσεων; Αρχικά, φαίνεται πολύ εύκολο. Είναι εύκολο να βρει κάποιος παραδείγματα όπου κάποιες πεποιθήσεις έχουν χαθεί: (Hansson, 1999).

Παράδειγμα 4.2.1

Όταν πήγα στο σπίτι εχθές, πίστευα ότι το αντίγραφο ενός βιβλίου ήταν πάνω στο τραπέζι της κουζίνας. Όταν είδα όμως το τραπέζι άδειο, αφαίρεσα την πεποίθησή μου.

Έστω και αν η πεποίθηση αφαιρέθηκε σε αυτό το παράδειγμα, αυτή δεν είναι η κοινή περίπτωση της αφαίρεσης πεποιθήσεων (κάτω από τεχνικούς όρους). Βλέποντας το τραπέζι κατάλαβα ότι το βιβλίο δεν ήταν εκεί. Αυτή η καινούργια πεποίθηση μου αντικαταστάθηκε από την παλιά σε αντίθεση. Αυτή είναι αναθεώρηση και όχι αφαίρεση. Στην καθαρή αφαίρεση, μια πεποίθηση χάνεται χωρίς να αντικατασταθεί από μια καινούργια.

Παράδειγμα 4.2.2

Προηγουμένως, πίστευα ότι οι δεινόσαυροι πέθαναν εξαιτίας μιας ξαφνικής κλιματικής αλλαγής (α). Μετά μου είπε ένας γεωλόγος ότι αυτή είναι μία από τις πολλές υποθέσεις. Για αυτό αφαίρεσα την πεποίθησή μου για την α αλλά ούτε πιστεύω σε μια $\neg$α.

Παράδειγμα 4.2.3

Ο Κακλαμάκης πρέπει να είναι στο σπίτι είπα στην φίλη μου την Κατερίνα. Τα φώτα όμως είναι αναμμένα στο σπίτι του. Πάντα όμως αφήνει τα φώτα αναμμένα όταν φεύγει από το σπίτι για τους κλέφτες , μου είπε. Τότε, αφαίρεσα την πεποίθηση ότι ο Κακλαμάκης είναι στο σπίτι.

Σε αυτές και τις δύο περιπτώσεις, στο 4.2.2 και στο 4.2.3 μια πεποίθηση απορρίφθηκε χωρίς να αποδεχτώ την άρνησή της. Στην πρώτη περίπτωση μια καινούργια πεποίθηση αποκτήθηκε κάτω από την επίδραση αρκετών θεωριών για την ύπαρξη των δεινοσαύρων. Στην δεύτερη, η απόρριψη προήλθε από την καινούργια πεποίθηση ότι όταν φεύγει ο Κακλαμάκης αφήνει τα φώτα αναμμένα.

Είναι επομένως, δύσκολο να βρούμε ένα παράδειγμα με καθαρή αφαίρεση όπου καμία νέα πεποίθηση δεν αποδέχεται. Όταν απορρίπτουμε μια πεποίθηση, αυτό είναι τυπικό γιατί έχουμε μάθει κάτι καινούργιο που ωθεί να διώξουμε την παλιά. Στην γλώσσα της δυναμικής των πεποιθήσεων, παραδείγματα σαν τα δύο τα τελευταία είναι συχνά ερμηνευμένα σαν (καθαρή) αφαίρεση. Η καινούργια πεποίθηση που εμφανίστηκε στην αφαίρεση είναι παραμελημένη και δεν περιέχεται στο καινούργιο σύνολο πεποιθήσεων. Αυτή είναι μια ανακριβής αλλά βολική συμφωνία ώστε πολύ πιο εύκολα να βρίσκει κάποιος παραδείγματα αφαίρεσης.

Η αφαίρεση είναι ένα απαραίτητο στοιχείο για λογική αλλαγή πεποιθήσεων. Τυπικά, δημιουργείται μέσω πολλών πολύπλοκων αλλαγών που περιλαμβάνουν και χασίματα και αποκτήματα πληροφορίας. Για την τυπική ανάλυση, είναι χρήσιμο να αναπτυχθούν μοντέλα της απλής αφαίρεσης, π.χ. η αφαίρεση δεν συνοδεύεται από ενσωμάτωση νέων πεποιθήσεων. Με σκοπό να οδηγήσουμε την τυπική ανάλυση, πρέπει να βρούμε καλά διαισθητικά παραδείγματα για πιθανότητα για καθαρή αφαίρεση. Καθώς, τα αφαιρετικά κομμάτια της αλλαγής των πεποιθήσεων δεν μπορούν τέλεια να απομονωθούν, ο ιδεαλισμός είναι απαραίτητος.

4.3 Αξιώματα – Ιδιότητες

Η αφαίρεση θα είναι επιτυχημένη όταν η αφαίρεση από μια βάση Α της πρότασης α παράγει μια καινούργια βάση που δεν παράγει το α.

Παρόμοια με την πρόσθεση για την αφαίρεση των πεποιθήσεων έχουμε τα εξής αξιώματα: (Hansson, 1999).

Επιτυχία

(Κφ-- 1) Για κάθε πρόταση φ και κάθε σύνολο πεποιθήσεων Κ, το $Κφ^-$ είναι ένα σύνολο πεποιθήσεων.

Το K_{ϕ}^{-} προέρχεται από το Κ μετά την απόρριψη κάποιων πεποιθήσεων.

Το αξίωμα της επιτυχίας όπως καλείται είναι υποθετικά για το α που δεν είναι λογικά αληθές.

Το δεύτερο αξίωμα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Συμπερίληψη

$$\mathbf{(K_{\varphi}^{-}\ 2)\quad K_{\varphi}^{-} \subseteq K}$$

Στην περίπτωση που το φ Ε Κ το κριτήριο της πληροφοριακής οικονομίας υπαγορεύει ότι καμία πεποίθηση δεν θα πρέπει να απορριφθεί από το Κ:

Μαζί τα αξιώματα της επιτυχίας και της συμπερίληψης σημαίνουν ότι το αποτέλεσμα της αφαίρεσης είναι ένα υποσύνολο από το αρχικό σύνολο που δεν επάγει την πρόταση που έχει αφαιρεθεί αν αυτό μπορεί να αποφευχθεί.

Αυτό σημαίνει ότι εάν απαιτείται να αφαιρέσουμε κάτι που δεν μπορούμε να το αφαιρέσουμε τότε καλύτερα είναι να αφήσουμε το αρχικό σύνολο χωρίς αλλαγή. Αυτή η ιδέα εκφράζεται με το ακόλουθο αξίωμα.

Αποτυχία

$$\mathbf{(K_{\varphi}^{-}\ 3)\ \text{Εάν}\ \varphi \notin K,\ \text{τότε}\ K_{\varphi}^{-} = K}$$

Το τέταρτο αξίωμα προσδιορίζει την επιτυχία της αφαίρεσης. Με λίγα λόγια η πρόταση που θα απορριφθεί από το αρχικό σύνολο πεποιθήσεων Κ δεν θα πρέπει να αποτελεί λογική συνεπαγωγή των πεποιθήσεων που διατηρούνται στο Κφ- (εκτός και αν το φ είναι λογικά έγκυρο):

Κενότητα

$$\text{Εάν}\ \alpha \notin Cn(A),\ \ \text{τότε}\ A \div \alpha = A$$

Ας επιστρέψουμε στην αρχική περίπτωση της αφαίρεσης, όταν η πρόταση α που αφαιρείται από την Α δεν είναι ταυτολογικό στοιχείο του Cn(A). Σύμφωνα με το αξίωμα της επιτυχίας, αρκετό από το Α αφαιρείται ώστε να εξασφαλίσει ότι το Α÷α δεν επάγει α. Όμως, αλλαγή στις πεποιθήσεις δεν θα είναι ικανοποιητική αν δεν είναι η ελάχιστη. Πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι δεν αφαιρούμε πάρα πολύ. Πρέπει όταν αφαιρούμε το β κατά την διαδικασία Α÷α από το Α, να υπάρχει ένας κανόνας για ποιο στοιχείο του Α θα αφαιρεθεί ώστε η αφαίρεση του β να είναι το κρίσιμο βήμα που η α δεν θα παράγεται λογικά. Για παράδειγμα δεν θα αφαιρέσουμε μια πρόταση που δεν παράγει την α.

$$\mathbf{(K_{\varphi}^{-}\ 4)\ \text{Εάν δεν ισχύει} \vdash \varphi,\ \text{τότε}\ \varphi \notin K_{\varphi}^{-}}$$

Εάν προβούμε στην απομάκρυνση μίας λογικά έγκυρης πρότασης φ, τότε θα έχουμε παραβιάσει το κριτήριο (Cn).

Το επόμενο αποτέλεσμα εγγυάται ότι, εάν αφαιρέσουμε μία πρόταση φ από ένα σύνολο πεποιθήσεων Κ και ύστερα την επαναπροσθέσουμε, το τελικό σύνολο πεποιθήσεων θα περιέχει πεποιθήσεις που βρίσκονται ήδη στο Κ. Εάν συνυπολογίσουμε και το κριτήριο πληροφοριακής οικονομίας, τότε το Κ- θα πρέπει να είναι ένα "μεγάλο" υποσύνολο του Κ. Σε αναλογία με το (Κφ+ 6) θεωρούμε ότι όλες οι πεποιθήσεις στο Κ 'ανακτούνται", αφού πρώτα αφαιρεθεί και επαναπροστεθεί η ίδια πεποίθηση. Η παραπάνω έκφραση διατυπώνεται σε αξίωμα ως εξής:

$$\mathbf{(K_\phi^{--}\ 5)\ \text{Εάν}\ \phi \in K\ \text{τότε}\ K \subseteq (K_\phi{}^*)_\phi^+}$$

Το αξίωμα αυτό είναι γνωστό ως recovery postulate – αξίωμα ανάκτησης.

Ας φανταστούμε τώρα τι θα μπορούσε να συμβεί, εάν πρώτα προσθέταμε και μετά αφαιρούσαμε το ψ από ένα σύνολο πεποιθήσεων Κ. Θα καταλήγαμε πάλι στο Κ; Αυτό δεν θα μπορούσε να ισχύει σε καμία περίπτωση, διότι, εάν το $\neg\psi \in K$, τότε $K_\phi^+ = K_\perp$ Αντιφατικό.

Άρα το $(K_\phi^+)_\phi^{--}$ δεν είναι απαραίτητα ίδιο με το Κ

Μία πρώτη ιδιότητα των αξιωμάτων της πρόσθεσης και των αξιωμάτων $(K_\phi^{--}\ 1)$ - $(K_\phi^{--}\ 5)$ είναι η:

$$\mathbf{K_\phi^{--} = K \cap (K_\phi^{--})_\phi^+}$$

Παράλληλα με την ιδιότητα 2 εισάγουμε το επόμενο αξίωμα για την αφαίρεση των πεποιθήσεων:

$$\mathbf{(K_\phi^{--}\ 6)\ \text{Εάν} \vdash \phi \leftrightarrow \psi\ \text{τότε}\ K_\phi^{--} = K_\psi^{-}}$$

Έστω για παράδειγμα η πρόταση φ αναπαριστά την πεποίθηση ότι η παρουσίαση ενός θέματος ξεκινά στις 8 το πρωί, ψ η πεποίθηση ότι έχει προετοιμάσει ο φοιτητής την παρουσίασή του και γ την πεποίθηση ότι όντως θα πραγματοποιήσει τη συγκεκριμένη παρουσίασή. Υποθέτουμε ότι στην παρούσα κατάσταση το σύνολο πεποιθήσεων περιλαμβάνει και τις τρεις πεποιθήσεις φ, ψ και γ (ως εκ τούτου και το φ ^ ψ). Εάν τώρα αφαιρέσουμε το φ από το Κ, η πεποίθηση γ παραμένει ως είχε στο Κ. Εάν από την άλλη πλευρά αφαιρέσουμε το φ ^ ψ από το Κ, θα πρέπει να απορρίψουμε επιπλέον είτε το φ είτε το ψ. Γνωρίζοντας ότι η παρουσίαση θα πραγματοποιηθεί ακόμη και αν δεν έχει προλάβει να προετοιμαστεί, θα απορρίπταμε το ψ και όχι το φ. Εάν όμως γίνει αυτό, θα πρέπει να απορρίψουμε και την πεποίθηση γ, αφού, εάν δεν έχει προλάβει να προετοιμαστεί, τότε δεν θα την πραγματοποιήσει. 'Άρα η πεποίθηση γ ανήκει στο $K\phi^-$, ενώ δεν ανήκει στο $K^-\phi$^ψ. Συνεπώς η ιδιότητα αυτή δεν θα μπορούσε να είναι έγκυρη για τη διαδικασία της αφαίρεσης. Παρόλα αυτά όμως μπορεί να ισχυροποιηθεί από το ακόλουθο αξίωμα:

Θεμελιώδες

$$\mathbf{(K_\phi^{--}\ 7)\ K_\phi^{--} \cap K_\psi^{--} \subseteq K^-_{\phi \wedge \psi}}$$

Με άλλα λόγια, οι πεποιθήσεις που ανήκουν και στο K_ϕ^{--} και στο K_ψ^{--} ανήκουν και στο K-φ^ψ. Σε σχέση με το προηγούμενο παράδειγμα, αν η πεποίθηση γ άνηκε και αυτή στο K-, τότε δεν θα άνηκε στο K_ψ^{--}

Το τελευταίο αξίωμα για τη διαδικασία της αφαίρεσης των πεποιθήσεων απαιτεί το εξής: Όταν αφαιρούμε μία έκφραση της μορφής φ ^ ψ από ένα σύνολο πεποιθήσεων K, είτε το φ είτε το ψ είτε και τα δύο θα πρέπει να απορριφθούν. Εάν απορριφθεί το φ, αυτό θα γίνει επειδή είναι λιγότερο κατοχυρωμένο από το ψ. Σε αυτή την περίπτωση η ελάχιστη αλλαγή που γίνεται στο K προκειμένου να απορριφθούν τα φ ^ ψ είναι στενά συνδεδεμένη με την αναγκαία ελάχιστη αλλαγή που απαιτείται για να απορριφθεί μόνο το φ. Αυτό αποτελεί και το κίνητρο του όγδοου αξιώματος:

(K— 8) Εάν $\phi \in K^{--}_{\phi\wedge\psi}$, τότε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} \subseteq K_\phi^{--}$

Άμεση συνέπεια του (K— 8) και του (K— 4) είναι η επόμενη αρχή, η οποία εξασφαλίζει ότι το $K^{--}\phi\wedge\psi$ "καλύπτεται" είτε από το $K^{--}\phi$ είτε από το $K^{--}\psi$:

8 Είτε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} \subseteq K_\phi$-- - είτε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} \subseteq K_\psi^{--}$

Στις περισσότερες περιπτώσεις όπου $\phi \in K^{--}_{\phi\wedge\psi}$, το $K^{--}_{\phi\wedge\psi}$ είναι ίσο με το K^{--}_ϕ. Ωστόσο, η παρακάτω έκφραση δεν θα μπορούσε να αποτελέσει μέρος αυτών των περιπτώσεων: Εάν οι προτάσεις φ και η ψ είναι ισοδύναμες ως προς την επιστημονική τους κατοχύρωση (όχι απαραίτητα λογικά ισοδύναμες), τότε και το φ και το ψ απορρίπτεται από το $K^{--}_{\phi\wedge\psi}$, λαμβάνοντας υπόψιν ότι μόνο το φ απορρίπτεται στο K-φ. Ωστόσο, μπορεί να αποδειχθεί ότι τα (K — 7) και (K — 8) μαζί με το βασικό σύνολο των αξιωμάτων για την αφαίρεση πεποιθήσεων επιφέρουν την επόμενη ιδιότητα (Factoring Condition) :

9.Είτε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} = K^{--}_\phi$ είτε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} = K^{--}_\psi$ είτε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} = K^{--}_\phi \cap K^{--}_\psi$

Το αντίθετο είναι εφικτό. Υπό την σκέπη των βασικών αξιωμάτων η ιδιότητα 9 επιφέρει και το (K — 7) και το (K — 8).

10 Είτε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} = K^{--}_\phi$ είτε $K^{--}_{\phi\wedge\psi} = K^{--}_\psi$

Πίνακας 2: Αξιώματα αφαίρεσης πεποιθήσεων

(K-- 1)	Για κάθε φ και κάθε K_ϕ^{--} είναι σύνολο πεποιθήσεων
(K-- 2)	$K_\phi^{--} \subseteq K$
(K-- 3)	Εάν το $\phi \notin K$ τότε $K^{--}_\phi = K$
(K-- 4)	Εάν δεν ισχύει $\vdash \phi$ τότε $\phi \notin K^{--}_\phi$
(K-- 5)	Εάν το $\phi \in K$ τότε $K \subseteq (K_\phi{}^*)_\phi{}^+$
(K-- 6)	Εάν $\vdash \phi \leftrightarrow \psi$ τότε- $K_\phi^{--} = K_\psi^{--}$.

(K-- 7)	$K_{\phi}^{--} \cap K_{\psi}^{--} \subseteq K^{-}_{\phi \wedge \psi}$
(K-- 8)	Εάν $\phi \in K^{--}_{\phi \wedge \psi}$, τότε $K^{--}_{\phi \wedge \psi} \subseteq K_{\phi}^{--}$

4.4 Συναρτήσεις Επιλογής

Ο τύπος της λειτουργίας, εάν εφαρμοστεί απευθείας στο σύνολο των πεποιθήσεων είναι :

$$K \div \alpha = K'$$

Όπου το K είναι το παλιό σύνολο πεποιθήσεων, α η πρόταση που θα αφαιρεθεί και το K΄ το καινούργιο σύνολο πεποιθήσεων. Στις περισσότερες περιπτώσεις, περισσότερες από την ίδια α πρέπει να αφαιρεθούν για να απαλλαγούμε από την α. Καμιά πρόταση που επάγεται την α δεν πρέπει να μείνει και εάν ένα σύνολο προτάσεων μαζί επάγουν την α, τότε τουλάχιστον μία πρέπει να φύγει.

Παράδειγμα 4.4.1

Ενώ, πριν πίστευαν ότι η Μαρία είναι μουσικός. Σε σκοπό να αφαιρέσω αυτή την πεποίθηση από το σύνολο των πεποιθήσεων μου, πρέπει να αφαιρέσω –μέσα σε όλες- την πεποίθηση ότι η Μαρία παίζει τσέλο στην τοπική συμφωνητική ορχήστρα. Όχι μόνο να αφαιρέσουμε διάφορες πεποιθήσεις, υπάρχουν και άλλοι διαφορετικοί τρόποι να το κάνουμε αυτό.

Παράδειγμα 4.4.2

Πίστευα και τα δύο ότι ο Γιάννης είχε γάτα (α) και είχε σκύλο (β) . Μετά άκουσα να λέει ότι «Ποτέ δεν θα ονειρευόμουν να κρατήσω επιπλέον σκύλο και γάτα». Αυτό με οδήγησε να αφαιρέσω από το σύνολο των πεποιθήσεων μου την πρόταση α&β π.χ. να την αντικαταστήσω με ένα σύνολο πεποιθήσεων που δεν περιέχει το α&β. Αλλά, πως θα μπορούσα να το κάνω; Θα μπορούσα να αρνηθώ την πεποίθηση ότι ο Γιάννης είχε μια γάτα (α) και να παραμείνει η άποψη ότι έχει σκύλο (β); Θα μπορούσα να το κάνω με άλλο τρόπο; Ή θα έπρεπε να αφαιρέσω και το α και το β;

Στις περισσότερες μελέτες, της αφαίρεσης των πεποιθήσεων έχει γίνει η υπόθεση ότι η αφαίρεση θα πρέπει να οδηγεί στην μικρότερη απώλεια της προηγούμενης πεποίθησης.

Εάν επιθυμούμε να εφαρμόσουμε την προηγούμενη, τότε το σύνολο K÷α πρέπει να είναι τόσο μεγάλο όσο το K πριν αφαιρέσουμε το α. Όπως, εντοπίσαμε στο τελευταίο μας παράδειγμα, υπάρχουν περισσότερα από ένα τέτοια μέγιστα υποσύνολα από K.

Για να εκφράσουμε με περισσότερη ακρίβεια, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την έννοια του εναπομείναντος συνόλου. Για κάθε σύνολο A και κάθε πρόταση α το υπόλοιπο σύνολο από το A μέσω α, είναι A⊥α το σύνολο με τα μέγιστα υποσύνολα του A χωρίς να παράγουν το α.

Ορισμός 4.2 (Alchourron και Makinskon)

Έχοντας A να είναι ένα σύνολο από προτάσεις και α -πρόταση. Το σύνολο A⊥α (A χωρίς α) είναι το σύνολο τέτοιο B Є A⊥α εάν και μόνο αν :

1. $B \subseteq A$
2. $A \notin Cn(B)$
3. Δεν υπάρχει σύνολο B΄ τέτοιο ώστε $B \subset B' \subseteq A$ και $\alpha \notin Cn(B)$

Εάν εφαρμόσουμε την διατήρηση, τότε το αποτέλεσμα από την αφαίρεση K από το α θα είναι ένα στοιχείο που θα :

$$K \div \alpha \in K \perp \alpha$$

Μια λειτουργία που θα ικανοποιεί αυτή την ιδιότητα είναι η μέγιστη επιλογής κατασκευής.

Μια λειτουργία ÷ που ικανοποιεί αυτή την ιδιότητα καλείται μέγιστη επιλογής κατασκευή . Αφού το K⊥α τυπικά έχει πολλά στοιχεία χρειαζόμαστε ένα μηχανισμό επιλογής να διαλέξει ανάμεσα από αυτά. Ο πιο γενικός μηχανισμός επιλογής για αυτό το σκοπό είναι μια συνάρτηση επιλογής που για κάθε υπόλοιπο σύνολο K⊥α επιλέγει ακριβώς ένα στοιχείο από το K⊥α (εκτός και το K⊥α είναι άδειο). Θα δηλώσουμε λειτουργίες από το ελληνικό γράμμα γ (γάμμα). Το στοιχείο επιλογής από το K⊥α γράφεται γ K⊥α (η επιλογή του K χωρίς το α). Ο γενικός τύπος για την κατασκευή μέγιστης επιλογής είναι :

$$K \div \alpha = \gamma\, K \perp \alpha$$

Αλλά με τι κριτήρια η γ επιλέγει από τα στοιχεία K⊥α; Οι περισσότερες έρευνες σε αυτό το πεδίο ακολουθούν τον Isaak Levi που ισχυρίζεται ότι τα κριτήρια για δοξαστική επιλογή δεν σχετίζονται απευθείας με πιθανότητες. Αντίθετα, εκφράζουν βαθμούς από διορθώσεις ή ευπάθεια να αλλάξουν, που είναι πιο κοντά σχετικά με την πληροφοριακή αξία ή την δύναμη της εξήγησης για πιθανότητα.

Η κατασκευή της μέγιστης επιλογής γρήγορα βρέθηκε να είναι μη ικανοποιήσιμη μιας και δεν επιτρέπει την προσεχτική αντιπαράθεση. Στο παράδειγμα της γάτας και του σκύλου, ένας προσεχτικός που δεν ξέρει ποιο από το α και β να απορρίψει μπορεί να διαλέξει να διαγράψει και τα δύο.

Αυτή η διαδικασία μπορεί να γενικευτεί: Εάν δεν μπορούμε να διαλέξουμε από διάφορα στοιχεία του Κ⊥α, τότε μόνο μόνο οι προτάσεις θα πρέπει να περιέχονται που είναι όλες αποδεκτές από τα στοιχεία του Κ⊥α. Με άλλα λόγια Κ÷ α θα έπρεπε να είναι ισοδύναμο με την διασταύρωση από όλα τα στοιχεία του Κ⊥α:

$$K \div \alpha = \cap K \perp \alpha$$

Αυτή η λειτουργία καλείται κατασκευή ολικής επιλογής. Δυστυχώς, έχει το αντίθετο μειονέκτημα: οδηγεί τον πράκτορα σε πολλές καταστάσεις. Στο παράδειγμά μας, θα ήταν καλός λόγος να διατηρήσουμε την πεποίθηση για το α αλλά όχι για το β. Σε οποιοδήποτε ποσοστό, δεν θα ήταν συνετό να απαγορεύσουμε όλη την δοξαστική συμπεριφορά που δεν είναι επιφυλαχτική όπως είναι η κατασκευή ολικής επιλογής. Χρειαζόμαστε κάποια διαδικασία που θα είναι ενδιάμεση ανάμεσα στην υπερβολική προσοχή της κατασκευής ολικής επιλογής και την από την αντίθετη μεριά της μέγιστης επιλογής.

Η ενδιάμεση λύση είναι να χρησιμοποιήσουμε μια λειτουργία επιλογής όπως η μέγιστη επιλογή αλλά που θα επιτρέπει να διαλέγει αρκετά στοιχεία από τα Κ⊥α. Το αποτέλεσμα της κατασκευής από το Κ χωρίς το α ορίζεται από τη διχοτόμηση όλων των επιλεγμένων στοιχείων του Κ|α. Αυτή είναι η κατασκευή μερικής επιλογής , η μεγαλύτερη καινοτομία στην κλασσική σελίδα των Alchourron, Gardenfors και Makinson. (Alchourron, C.E., Gardenfors P. and Makinson D., 1985).Ο τυπικός ορισμός είναι ο ακόλουθος:

Ορισμός 4.3

Έστω Α είναι ένα σύνολο από προτάσεις. Μια συνάρτηση επιλογής για το Α είναι η συνάρτηση γ τέτοια ώστε για όλες τις προτάσεις α:

1. Εάν Α⊥α είναι μη κενό τότε γ Α⊥α είναι ένα μη κενό υποσύνολο του Α⊥α και
2. Εάν Α⊥α είναι άδειο, τότε γ (Α⊥α)={Α}.

Ορισμός 1.3 Έστω Α είναι ένα σύνολο από προτάσεις και γ μια συνάρτηση επιλογής για το Α. Η κατασκευή μερικής επιλογής για το Α που δημιουργήθηκε από το γ είναι η λειτουργία $\sim_\gamma$ τέτοια ώστε:

$$A\sim_\gamma \alpha = \cap\, \gamma(A \perp \alpha)$$

Μια διαδικασία ÷ στο Α είναι κατασκευή μερικής επιλογής εάν και μόνο εάν υπάρχει μια συνάρτηση επιλογής γ τέτοια ώστε για όλες τις προτάσεις α: $A \div \alpha = A\sim_\gamma \alpha$.

Αυτοί οι ορισμοί δεν απαιτούν το σύνολο Α να είναι λογικά κλειστό αλλά στο AGM μοντέλο της κατασκευής μερικής επιλογής εφαρμόζεται σε λογικά κλειστό σύνολο πεποιθήσεων.

Στην προηγούμενη περίπτωση στον ορισμό 3.2, το αποτέλεσμα της κατασκευής μερικής επιλογής από μία πρόταση α είναι ισοδύναμο με τη διχοτόμηση του συνόλου των επιλεγμένων μέγιστων υποσυνόλων από το κανονικό σύνολο που δεν παράγει το α.

Η δεύτερη περίπτωση είναι εφαρμόσιμη μόνο όταν το $A\perp\alpha$ είναι άδειο, π.χ. όταν δεν υπάρχει μέγιστο υποσύνολο του Α που δεν παράγει το α. Με λογικές απαιτήσεις αυτό είναι αληθές εάν και μόνο εάν η α είναι λογικά αληθές (ταυτολογία). Σε συνδυασμό με τον ορισμό 3.3, η περίπτωση 2 μας λέει ότι εάν η α είναι λογικά αληθής τότε το Α δεν αλλάζει μετά από πρόσθεση της α. Ο λόγος γιατί αυτό έχει υιοθετηθεί είναι γιατί εάν η α είναι λογικά αληθής πρόταση τότε η α ακολουθείται από κάθε σύνολο προτάσεων (μέσα και το κενό σύνολο). Επομένως, δεν μπορεί να υπάρχει σύνολο πεποιθήσεων που δεν περιέχει το α. Όταν οδηγούμαστε να αποβάλλουμε κάτι που δεν αποβάλλεται θα πρέπει να τα αφήνουμε όλα όπως ήταν προηγουμένως.

Οι ορισμοί 4.2 και 4.3 ακολουθούν το κλασικό έγγραφο των AGM όπου παρουσιάστηκε η κατασκευή μερικής επιλογής. Ο Hans Rott πρότεινε ένα διαφορετικό ζευγάρι από ορισμούς (Rott, 1989): Η περίπτωση 3 από το πρώτο ορισμό έχει αλλάξει ώστε το $\gamma(A\perp\alpha)=\emptyset$ όταν $A\perp\alpha=\emptyset$. Στον δεύτερο ορισμό, ένας επιπλέον όρος έχει προστεθεί ώστε να εξασφαλίσει ότι $A\sim_{\gamma}\alpha=A$ όταν $\gamma(A\perp\alpha)=\emptyset$. Του Ροττ η ποικιλία των ορισμών απλοποιεί την μεταχείριση των συναρτήσεων επιλογής, αφού θα ικανοποιούν την πολύ λογική ιδιότητα $\gamma(A\perp\alpha) \subseteq A\perp\alpha$. Όμως, καθώς οι ορισμοί 3.2 και 3.3 είναι οι κανονικοί ορισμοί που χρησιμοποιούνται περισσότερο από τις περισσότερες γλώσσες της αναθεώρησης των πεποιθήσεων , θα χρησιμοποιηθεί και εδώ επίσης.

Για κάθε συνάρτηση επιλογής γ, ¨$\sim_{\gamma}$¨ δηλώνει την κατασκευή μερικής επιλογής γεννωμένη από την γ. Το σύμβολο ¨÷¨χρησιμοποιείται για τις λειτουργίες της αφαίρεσης γενικότερα, ανεξαρτήτως αν είναι ή όχι κατασκευής μερικής επιλογής.

Η μέγιστη επιλογή και η ολική δεν μπορούν να ξαναπαρουσιαστούν σαν ιδιαίτερες περιπτώσεις της κατασκευή μερικής επιλογής:

Ορισμός 3.4

Έστω ÷ να είναι ένας τελεστής για ένα σύνολο Α . Τότε, :

1. ÷ είναι ένας τελεστής κατασκευής μέγιστης επιλογής εάν και μόνο εάν συμπίπτει με μια κατασκευή μερικής επιλογής ¨$\sim_{\gamma}$ ¨τέτοια ώστε για όλες τις προτάσεις α, $\gamma(A\perp\alpha)$ να έχει ένα ακριβώς στοιχείο.
2. ÷ είναι ένας τελεστής κατασκευής ολικής επιλογής εάν και μόνο εάν συμπίπτει με μια κατασκευή μερικής επιλογής ¨~γ ¨ τέτοια ώστε για όλες τις προτάσεις α, εάν $A\perp\alpha$ είναι μη κενό τότε $\gamma(A\perp\alpha) = A\perp\alpha$.

Το σύμβολο ~ χρησιμοποιείται για κατασκευή ολικής επιλογής.

Υπάρχει μόνο ένας τελεστής κατασκευής ολικής επιλογής για ένα δοσμένο σύνολο Α. Αυτός είναι ο λόγος γιατί η συνάρτηση επιλογής μπορεί να πέσει.

$A\sim\alpha$ είναι η κατασκευή ολικής επιλογής της Α από το α.

Η κατασκευή μερικής επιλογής έχει παίξει ένα σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη των πεποιθήσεων. Αυτό δεν είναι εξαιτίας της υπολογιστικής απλότητας. Από την άλλη , οι συναρτήσεις επιλογής είναι αρκετά απαιτητικές από υπολογιστική άποψη.

4.5 Η θεωρία της αφαίρεσης και το αξίωμα της ανάκτησης

Μία από τις πιο απλές συνέπειες της αλλαγής είναι ότι αρχικά πετάμε και μετά ξαναποκτούμε την ίδια πεποίθηση:

Παράδειγμα 4.5.1

Πίστευα ότι είχα το κλειδί του σπιτιού μου πάνω μου. (α) Μετά, ένιωσα ότι στην δεξιά μου τσέπη όπου συνήθως το βάζω δεν το είχα και δεν το βρήκα. Έχασα την πεποίθηση για το α (χωρίς όμως να ξεκινήσω να πιστεύω στο $\neg$α). Μισό δευτερόλεπτο αργότερα το βρήκα το κλειδί και ξαναπόκτησα την πεποίθηση για το α.

Ανάκτηση:

$$A \subseteq Cn((A \div \alpha)\cup\{\alpha\})$$

Η ανάκτηση δεν υφίσταται γενικά σε αφαίρεση μερικής επιλογής βάσεις. Για να το δούμε αυτό έστω A = {p&q}. Παίρνουμε για κάθε τελεστή $\sim_\gamma$ της αφαίρεσης μερικής επιλογής που $A\sim_\gamma p = \emptyset$. Ξεκάθαρα, $p\&q \notin Cn(\emptyset \cup \{p\})$. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι $A \not\subseteq Cn((A\sim_\gamma p)\cup\{p\})$, δεν περιέχει ανάκτηση. (Hansson, 1999).

Σύμφωνα με την ανάκτηση, διατηρείται τόσο ώστε οτιδήποτε μπορεί να ανακτηθεί από την επαναφορά της αφαιρούμενης πρότασης.

Πόσο εύλογο είναι το αξίωμα της ανάκτησης; Ο Gardenfors υποστηρίζει ότι ¨είναι λογικό να απαιτούμε να πάρουμε όλες τις πεποιθήσεις του A πίσω ξανά μετά αφού πρώτα αφαιρέσαμε και προσθέσαμε με σεβασμό την ίδια πεποίθηση¨. Από την άλλη, ένα άλλο μέλος της ομάδας των τριών ο Makinson δίνει έμφαση στο ότι η ανάκτηση είναι ένα από τα έξι αξιώματα του Gardenfors που ¨είναι ανοικτό να εξετάζει από την άποψη της αποδοχής κάτω από αυτά που προορίζονται για ανάγνωση¨. Πολλοί συγγραφείς έχουν υποστηρίξει εναντίον του αξιώματος της ανάκτησης ότι είναι η γενική αρχή της αφαίρεσης των πεποιθήσεων. Τα παρακάτω δύο παραδείγματα προσφέρονται για να δείξουν ότι δεν συμβαίνει η ανάκτηση.

Παράδειγμα 4.5.2

Πιστεύω ότι ¨η Κλεοπάτρα είχε ένα γιο¨ (φ) και ότι ¨ η Κλεοπάτρα είχε μια κόρη¨ (ψ) και επίσης ότι ¨ η Κλεοπάτρα είχε ένα παιδί¨. (φ^ψ, σύντομα κ). Μετά από μια πληροφορία που έλαβα, με έκανε να αποσύρω την πεποίθησή μου κ και να αφαιρέσω το σύνολο των πεποιθήσεων μου ανάλογα, A÷κ. Σύντομα, αργότερα έμαθα από μια αξιόποινη πηγή ότι η

Κλεοπάτρα έχει ένα παιδί. Μου είναι αρκετά λογικό τότε και προσθέτω την κ (π.χ. φ^ψ) χωρίς όμως να ξαναπαρουσιάσω ή το φ ή το ψ.

Παράδειγμα 4.5.3

Προηγουμένως, είχα δύο απόψεις ¨Ο Γιώργος είναι εγκληματίας¨ (α) και ¨Ο Γιώργος είναι μαζικός δολοφόνος ¨(β). Όταν έλαβα την πληροφορία να αφαιρέσω την πρώτη (α), η δεύτερη (β) έπρεπε και αυτή να αποχωρήσει

(αφού η α θα μπορούσε να δημιουργηθεί από την β).

Τότε έλαβα μια καινούργια πληροφορία που με έκανε να αποδεχτώ την πεποίθηση ότι ¨ Ο Γιώργος είναι κλέφτης καταστημάτων¨ (δ). Το καινούργιο σύνολο κάτω από τη δ είναι (Κ+φ. Καθώς η α επάγεται από τη δ, το (Α÷α)+α είναι ένα υποσύνολο του (Α÷α)+δ. Από την ανάκτηση, (Α÷α)+α περιέχει το β, που επάγεται ότι το (Α÷α)+δ περιέχει το β. Επιπλέον, αφού αρχικά πίστευα ότι είναι μαζικός δολοφόνος, δεν μπορώ να πιστέψω ότι είναι ένας κλέφτης καταστημάτων χωρίς να πιστέψω ότι είναι μαζικός δολοφόνος.

5 Αναθεώρηση πεποιθήσεων

5.1 Ορισμός

Η αναθεώρηση των πεποιθήσεων συγκαταλέγεται στους "μη-μονότονους" τύπους αλλαγών πεποιθήσεων, επειδή, όταν προσθέτουμε μία νέα πεποίθηση σε ένα σύνολο πεποιθήσεων δεν διατηρούνται όλες οι παλιές πεποιθήσεις του συγκεκριμένου συνόλου. Αναθεώρηση πεποιθήσεων είναι η διαδικασία κατά την οποία μία νέα πληροφορία - πεποίθηση φ, έρχεται σε αντίφαση με τις πεποιθήσεις που ήδη βρίσκονται στο σύνολο πεποιθήσεων Κ. Σε αυτήν την περίπτωση κρίνεται αναγκαία η αναθεώρηση του Κ προκειμένου να διατηρηθεί η συνέπεια μεταξύ των παλαιών και των νέων πεποιθήσεων. Υπάρχει βέβαια και μία ειδική κατηγορία αναθεωρήσεων, όπου η πρόταση φ είναι εξαρχής συνεπής με το σύνολο πεποιθήσεων Κ. Στο σημείο αυτό η διαδικασία αναθεώρησης μεταπίπτει αυτόματα σε πρόσθεση πεποιθήσεων.

Ενώ οι παραδοσιακές θεωρίες αλλαγών πεποιθήσεων περιγράφουν τύπους "συνεπών" αλλαγών, όπως ο τύπος της πρόσθεσης, η αναθεώρηση είναι ο τύπος της αλλαγής που χρησιμοποιείται πιο συχνά.

Όταν αναθεωρούμε ένα σύνολο πεποιθήσεων Κ για να ενσωματώσουμε μία αντικρουόμενη πληροφορία φ, μερικές από τις προηγούμενες πεποιθήσεις πρέπει να απομακρυνθούν προκειμένου να αποφευχθούν αντιφάσεις. Ισχύει και εδώ το κριτήριο της πληροφοριακής οικονομίας που απαιτεί την απομάκρυνση όσο το δυνατόν λιγότερων πεποιθήσεων γιατί η αλλαγή θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη .

Ας θεωρήσουμε τώρα το επόμενο παράδειγμα.

Έστω η πεποίθηση ότι οι μαθητές για να περάσουν την επόμενη τάξη πρέπει να συμμετέχουν σε εξετάσεις μέσω τράπεζας θεμάτων . Εάν αλλάξουμε τον τρόπο των εξετάσεων θα πρέπει να αναθεωρήσουμε τις προηγούμενες πεποιθήσεις μας για να υπάρχει συνέπεια στο σύνολο των πεποιθήσεών μας. Η αναθεώρηση μπορεί να γίνει είτε απομακρύνοντας την πεποίθηση ότι δεν θα έχουμε τώρα τράπεζα θεμάτων είτε απομακρύνοντας την πεποίθηση ότι θα γίνουν εξετάσεις. Μια τρίτη πιθανότητα είναι να απομακρύνουμε και τις δύο πεποιθήσεις αλλά να διατηρήσουμε τη "διάζευξή" τους. Ωστόσο, από το κριτήριο της πληροφοριακής οικονομίας προκύπτει ότι αυτή η διάζευξη δεν θα πρέπει να απομακρυνθεί, επειδή η απώλεια πληροφορίας θα πρέπει να είναι η ελάχιστη δυνατή.

Ένα σημαντικό πρόβλημα στην αναθεώρηση των πεποιθήσεων είναι ο προσδιορισμός των πεποιθήσεων που διατηρούνται στο σύνολο καθώς και αυτών που απομακρύνονται. Έστω ότι για κάθε σύνολο πεποιθήσεων Κ και κάθε πρόταση φ υπάρχει μία "μοναδική "αναθεώρηση που αναπαριστά την ελάχιστη αλλαγή.

Καθώς, ευχόμαστε να αποφύγουμε το παράλογο σύνολο πεποιθήσεων, η πρόσθεση δεν είναι χρήσιμη μέθοδο να ενσωματώνει πεποιθήσεις που αντιφάσκουν προηγούμενες πεποιθήσεις σε σύνολο πεποιθήσεων. Για κάθε απαγορευτική ενσωμάτωση πεποιθήσεων, χρειαζόμαστε μια διαδικασία να διατηρήσει την συνέπεια. Μια τέτοια κατασκευή θα μπορούσε να προσθέσει την καινούργια πεποίθηση στο σύνολο πεποιθήσεων, αλλά να αφαιρέσει αρκετή από το αρχικό σύνολο πεποιθήσεων ώστε να εξασφαλίσει ότι το αποτέλεσμα είναι ένα συνεπές σύνολο πεποιθήσεων που περιέχει την καινούργια πεποίθηση. Μια τέτοια διαδικασία καλείται αναθεώρηση.

Στο μοντέλο των AGM η αναθεώρηση σε ένα σύνολο πεποιθήσεων πραγματοποιείται σε δύο στάδια. Με σκοπό την αναθεώρηση του Κ από το φ:

1. Αφαιρούμε από το Κ την $\neg$φ
2. Προσθέτουμε στο αποτέλεσμα του συνόλου πεποιθήσεων το φ

Στο πρώτο βήμα, αρκετό από το Κ αφαιρείται για να εξασφαλιστεί ότι δεν έρχεται κάτι άλλο σε αντίθεση με το φ. Μετά από αυτό το φ μπορεί να προστεθεί στο δεύτερο βήμα.

Θέτοντας * για την αναθεώρηση, αυτή η διαδικασία μπορεί να αναγραφεί ως εξής:

$$\mathbf{K^{*}_{\phi} = (K^{-}_{\neg\phi})^{+}_{\phi}}$$

Αυτή είναι η ταυτότητα του Levi.

Στο μοντέλο του AGM, οι τελεστές της αναθεώρησης προέρχονται από τελεστές της κατασκευής μερικής επιλογής μέσω της ταυτότητας του Levi. (Levi, 1977)

Οι περισσότεροι που ασχολούνται με τη λογική και φιλόσοφοι που έχουν μελετήσει την δυναμική των πεποιθήσεων έχουν επικεντρωθεί σε τελεστές στην πρόσθεση ενώ επιστήμονες της πληροφορικής συνήθως ενδιαφέρονται για τελεστές αναθεώρησης. Η ταυτότητα του Levi και η αρχική αποσύνθεση, παρέχει μια ένωση μεταξύ των δύο απόψεων.

Στην λογοτεχνία της δυναμικής των πεποιθήσεων, η λέξη «αναθεώρηση» είναι κοινά χρησιμοποιούμενη με δύο διακριτές αισθήσεις. Πρώτα, χρησιμοποιείται σαν έννοια που διατηρεί την ενσωμάτωση, όπως ορίστηκε παραπάνω. Δεύτερα, χρησιμοποιείται σαν συνώνυμο της αλλαγής και ολόκληρος ο χώρος της έρευνας συχνά καλείται ¨θεωρία αναθεώρησης¨ ή ¨αναθεώρηση πεποιθήσεων¨. Σημαίνει ότι ένας τελεστής λαμβάνει καινούργια πληροφορία και την αποδέχεται. Κάθε φιλονικία ανάμεσα την παλιά και την καινούργια πληροφορία λύνεται με το να πετάξουμε την παλιά πληροφορία. Αναθεώρηση ικανοποιεί απεριόριστη ¨το πρωτείο της καινούργιας πληροφορίας¨. Στην πράξη όμως, η καινούργια πληροφορία είναι συχνά απορριπτόμενη εάν διαψεύδει τις πιο καταχωρημένες προηγούμενες πεποιθήσεις. Η καινούργια πληροφορία μπορεί να είναι λιγότερη αξιόπιστη από την αντιφατική παλιά πληροφορία.

Ακολουθεί από τα αξιώματα της αναθεώρησης ότι το σύστημα είναι ολοκληρωτικά εμπιστευτικό σε κάθε στάδιο για την εισαγωγή πληροφορίας. Είναι πρόθυμο να πετάει οτιδήποτε στοιχείο από την θεωρία με τα υπόβαθρα που πρέπει να πεταχτούν για να το καθιστούν συνεπές με τη καινούργια πληροφορία. Τέτοιος ο κανόνας της αναθεώρησης φαίνεται να τοποθετεί μια υπερβολική αξία στην καινοτομία. Η αλλαγή πεποιθήσεων μη προτεραιοτήτων σημαίνει ότι υπάρχει μια διαδικασία όπου η καινούργια πληροφορία λαμβάνεται και ζυγίζεται εναντίον της παλιάς πληροφορίας, με μη ειδική προτεραιότητα να ανατίθεται στην καινούργια πληροφορία εξαιτίας της καινοτομίας. (Αυτό ονομάζεται αυτόνομη αναθεώρηση των πεποιθήσεων καθώς επιτρέπει σε έναν ανώνυμο πράκτορα να αποφασίζει εάν ή όχι θα αποδεχτεί την είσοδο.

Σαν ένα τυπικό ποσό ενοποίησης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την μερική επιλογή ενοποίησης, δηλώνοντας την ως $\sim_\gamma{}^{\perp}$. Η μερική επιλογή ενοποίησης $A\sim_\gamma{}^{\perp}$από ένα σύνολο Α είναι η τομή των ¨περισσότερων προτιμητέων¨ μέγιστων συνεπών υποσυνόλων. Τα μέγιστα συνεπή υποσύνολα του Α είναι στοιχεία του $K_\perp$ (όπου $\perp$ δηλώνει λογική αντίφαση) και επομένως, έχουμε:

$K\sim_\gamma{}^{\perp} = \cap\, \gamma(K \perp {}^{\perp})$

Μπορούμε να ξαναγράψουμε τους δύο τελεστές ως εξής:

1. Πρόσθεση από το φ
2. Αφαίρεση από το $\perp$

Αυτή η συνέπεια του τελεστή θυμίζει την εξωτερική αναθεώρηση. Η διαφορά είναι ότι στην εξωτερική αναθεώρηση ο δεύτερος τελεστής είναι η αφαίρεση της $\neg$ φ παρά από το $\perp$.

Υπάρχουν στενές τυπικές σχέσεις ανάμεσα στην εξωτερική μερικής επιλογή αναθεώρηση και στο σύνθετο τελεστή της πρόσθεσης- ενοποίησης.

Παραδείγματα

1. Η Αλίκη πιστεύει στην αγία Γραφή. Τίποτα δεν μπορεί να βρεθεί ώστε να πιστέψει ότι η βίβλος να είναι λάθος.
2. Ο Γιώργος είναι άθεος. Τίποτα δεν μπορεί να βρεθεί ώστε να πιστέψει ότι ο Θεός υπάρχει.
3. Η Μαρία είναι πεπεισμένη από τα βάθη της καρδιάς της ότι ο Γιάννης την αγαπάει. Τίποτα δεν μπορεί να την κάνει να εγκαταλείψει αυτή την πεποίθηση.

Σε κάθε ποσό της αλλαγής πεποιθήσεων βασιζόμενη σε αναθεωρήσεις και σε αφαιρέσεις, το πείσμα σαν αυτό στα παραδείγματα δεν μπορεί να αντιπροσωπευτεί πλήρως. Της Αλίκης η πίστη στην αγία Γραφή είναι χαμένη εάν το σύνολο των πεποιθήσεων της αναθεωρηθεί από κάθε πρόταση ┐α τέτοια που η α να επάγεται από το βιβλικό κείμενο. Ο Γιώργος θα πιστεύει στο Θεό αν αναθεωρήσει το σύνολο των πεποιθήσεων του από την ύπαρξη του Θεού και η Μαρία μπορεί εύκολα να αφαιρέσει την πρόταση ότι ο Γιάννης την αγαπά από το σύνολο των πεποιθήσεων της.

4. Ο Αντώνης και η Ιωάννα είναι ένα παντρεμένο ζευγάρι. Νόμιζα ότι ήταν και δύο Καθολικοί. Μετά άκουσα την Ιωάννα να λέει ¨Στο γάμο μας, δεν υπάρχει πρόβλημα ότι ανήκουμε σε διαφορετικές θρησκείες¨. Όταν το άκουσα αυτό πέταξα την πεποίθησή μου ότι η Ιωάννα είναι καθολική αλλά διατήρησα την πεποίθησή μου για τον Αντώνη (καθώς τον είχα δει πολλές φορές στην καθολική εκκλησία).

Λογαριάζοντας με όρους εσωτερικής αναθεώρησης: Πριν αποδεχτώ τι είπε η Ιωάννα, αντιλήφθηκα τις πεποιθήσεις μου για αυτούς και βρήκα ότι μάλλον θα έπρεπε να παραιτηθώ από την ιδέα ότι ο Αντώνης είναι Καθολικός. Αφού άφησα αυτή την πεποίθηση, αποδέχτηκα την καινούργια πληροφορία ότι ο Αντώνης και η Ιωάννα ανήκουν σε διαφορετικές θρησκείες.

Λογαριάζοντας με όρους εξωτερικής αναθεώρησης: Αμέσως, αποδέχτηκα τι είπε η Ιωάννα. Αντιλαμβάνοντος ότι ήταν μη συνεπής με τις προηγούμενες πεποιθήσεις μου, μετά τις ρύθμισα με σκοπό να τις φτιάξω συνεπής με την καινούργια πληροφορία. Το έκανα αυτό αφήνοντας την πεποίθηση μου ότι η Ιωάννα είναι καθολική.

5. Πριν πίστευα ότι οι τυφλοπόντικες ανήκουν στα τρωκτικά. Μετά διάβασα ένα βιβλίο ότι ανήκουν στην τάξη των εντομοφάγων (η τάξη στην οποία ανήκουν επίσης οι σκαντζόχοιροι και ένα είδος ποντικιού). Το δέχτηκα αυτό και πέταξα την παλιά μου πεποίθηση ότι οι τυφλοπόντικες ανήκουν στα τρωκτικά.

Λογαριάζοντας με όρους εσωτερικής αναθεώρησης: Πριν αποδεχτώ τι λέει το βιβλίο, πέταξα την παλιά μου πεποίθηση ότι οι τυφλοπόντικες ανήκουν στα τρωκτικά με σκοπό να βρεθεί χώρος για την καινούργια πληροφορία ότι ανήκουν στην τάξη των εντομοφάγων. Μετά από αυτό, απόκτησα την καινούργια πληροφορία ότι οι τυφλοπόντικες ανήκουν στην τάξη των εντομοφάγων.

Λογαριάζοντας με όρους εξωτερικής αναθεώρησης: Αρχικά, δέχτηκα τι έλεγε το βιβλίο. Μετά, βρήκα ότι ήταν μη συνεπής με τις προηγούμενες πεποιθήσεις μου, ότι οι τυφλοπόντικες ανήκουν στα τρωκτικά και έτσι πέταξα εκείνη την πεποίθηση.

Σε αυτές τις δύο περιπτώσεις, η εξωτερική φαίνεται πιο πιθανή. Γενικά, όταν είναι φανερό ότι η καινούργια πληροφορία πρέπει να αποδεχτεί αλλά λιγότερο προφανές, ποια από την προηγούμενη πεποίθηση θα πρέπει να πεταχτεί, η εξωτερική αναθεώρηση μοιάζει πιο κοντά με την πραγματική ψυχολογική διαδικασία.

6. Ήμουν πολύ έκπληκτη όταν ο Παναγιώτης είπε ότι ο πατέρας της καθηγήτριας είναι ξυλουργός. Πάντα νόμιζα ότι η καθηγήτρια έχει αριστοκρατική καταγωγή. Όμως, μετά από τους ενδοιασμούς μου, δέχτηκα τι μου είχε πει.

7. Όταν η Μαρία Κώνστα έμαθε για τα αποτελέσματα των νέων πειραμάτων του Λαβουαζιέ, πέταξε την προηγούμενη πεποίθηση που είχε για τη φιλολογική θεωρεία της καύσης και αποδέχτηκε την θεωρεία του οξυγόνου του Λαβουαζιέ.

Και στις δύο αυτές τις περιπτώσεις, φαίνεται ότι υπάρχει η φάση στην οποία κανένα από το καινούργιο σύνολο πεποιθήσεων ούτε η άρνηση τους είναι αποδεκτή.

8. Πίστευα ότι ο Γιάννης είναι πεθαμένος. Μετά, τον συνάντησα στο δρόμο.

Σε αυτή την περίπτωση δεν είναι προφανές ποιος από τους δύο υποχειριστές το να παρατηθώ από την πεποίθηση ότι ο Γιάννης είναι πεθαμένος και να αποκτήσω την πεποίθηση ότι ο Γιάννης είναι ζωντανός έγινε πρώτη. Διαισθητικά, οι δύο υποχειριστές φαίνονται παρόμοιοι – ένα χαρακτηριστικό που δεν είναι εύκολο να συλλάβω με βάση την αναπαράσταση της λογικής.

Πόσο σημαντική είναι η διάκριση μεταξύ εσωτερικής και εξωτερικής αναθεώρησης; Εάν θα μπορούσαμε να δείξουμε ότι όλοι οι χειριστές της μερικής επιλογής εσωτερικής αναθεώρησης είναι επίσης και χειριστές της μερικής επιλογής εξωτερικής αναθεώρησης (ή και το αντίθετο), τότε η διάκριση θα είχε ελάχιστο ενδιαφέρον. Αντιθέτως, ούτε η εσωτερική ούτε η εξωτερική αναθεώρηση μπορεί να εντάσσονται η μία στην άλλη. Το παρακάτω είναι ένα παράδειγμα της μερικής επιλογής εξωτερικής αναθεώρησης.

9. Κάποιος πέθανε σε μια απομακρυσμένη περιοχή στο οποίο μόνο ο Ανδρέας και ο Βασίλης ήταν παρόντες.

Αρχικά, η εισαγγελέας πίστευε ότι ούτε ο Ανδρέας ούτε ο Βασίλης τον σκότωσε. Έτσι, η βάση πεποιθήσεων της περιέχει $\neg \kappa_A$ (ο Ανδρέας δεν έχει σκοτώσει τον μακαρίτη) και $\neg \kappa_B$ (ο Βασίλης δεν έχει σκοτώσει τον μακαρίτη). Για απλότητα, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι πεποιθήσεις βάσης είναι $\{\neg \kappa_A, \neg \kappa_B\}$.

1^{η} περίπτωση: Η εισαγγελέας έλαβε μια αναφορά από την αστυνομία που έλεγε (1) ότι ο μακαρίτης είχε δολοφονηθεί και ή ο Ανδρέας ή ο Βασίλης πρέπει να το έχει κάνει (π.χ. $\kappa_A \vee \kappa_B$) και (2) ότι ο Ανδρέας είχε προηγουμένως καταδικαστεί για φόνο πολλές φορές (π_A). Μετά που πήρε την αναφορά, αναθεώρησε την βάση πεποιθήσεων από $(\kappa_A \vee \kappa_B) \& \pi_A$. Η νέα βάση πεποιθήσεων μετά την αναθεώρηση είναι $\{\neg \kappa_B, (.\kappa_A \vee \kappa_B) \& \pi_A\}$.

2^{η} περίπτωση η οποία διαφέρει από την 1^{η} περίπτωση μόνο στο ότι ο Βασίλης έχει προηγουμένως Ανδρέας καταδικαστεί (π_B). Έτσι, η καινούργια πληροφορία περιέχει $(\kappa_A \vee \kappa_B) \& \pi_B$. Η νέα βάση πεποιθήσεων μετά την αναθεώρηση είναι $\{\neg \kappa_B, (.\kappa_A \vee \kappa_B) \& \pi_B\}$.

Αυτό το παράδειγμα παρουσιάζεται σαν μερικής επιλογής εξωτερικής αναθεώρησης.

10. Πιστεύω ότι ο κ. Κώστας είναι καθολικός παπάς (α). Πιστεύω ακόμα ότι εάν ο κ. Κώστας παντρευτεί τότε δεν θα είναι καθολικός παπάς ($\beta \rightarrow \neg \alpha$).

1η περίπτωση: Βρήκα ότι ο κ. Κώστας είναι παντρεμένος (β) και αναθεωρώ την πεποίθηση βάσης μου με σκοπό να ενσωματώσω τη νέα πληροφορία. Μετά από αυτό, δεν πιστεύω άλλο ότι είναι καθολικός παπάς.

2η περίπτωση: Καθώς ειπώθηκε ότι ο κ. Κώστας είναι παντρεμένος (β), πρόσθεσα τη νέα πληροφορία στην πεποίθηση βάσης μου, έτσι ακούσια έγινε μη συνεπής. Μετά από αυτό, ανακαλύπτω την μη συνέπεια και το μετακινώ μέσω της αφαίρεσης του $\neg\beta$. Μετά από αυτό ακόμα πιστεύω ότι ο κ. Κώστας είναι καθολικός παπάς (αλλά έχω χάσει την πεποίθηση μου ότι αν είναι παντρεμένος δεν είναι καθολικός παπάς).

Αυτό το παράδειγμα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως εσωτερική αναθεώρηση. Στην 1η περίπτωση, η αναθεώρηση $A \pm_\gamma \beta$ συμβαίνει και έχουμε $\alpha \notin A \pm_\gamma \beta$. Στην 2η περίπτωση, έχουμε $(A^+_\beta) \sim_\gamma \neg\beta$. Για να δούμε πως είναι αυτό πιθανό, θέτουμε $A = \{\alpha, \beta \rightarrow \neg\alpha\}$. Μετά, έχουμε

$$A \perp \neg\beta = \{\{\alpha\}, \{\beta \rightarrow \neg\alpha\}\}.$$

$$(A^+_\beta) \perp \neg\beta = \{\{\alpha,\beta\}, \{\beta \rightarrow \neg\alpha,\beta\}\}$$

11. Το ακόλουθο παράδειγμα δείχνει ότι η επιμονή δεν είναι σε όλες τις περιπτώσεις μια πραγματική ιδιότητα της αναθεώρησης πεποιθήσεων.

Νόμιζα ότι η μητέρα του Γιάννη ήταν ζωντανή. Μετά ένας φίλος μου είπε ότι είχε συναντήσει την κόρη του Γιάννη ¨που ήταν πολύ λυπημένη καθώς η μητέρα του Γιάννη πέθανε¨. Ακούγοντας αυτό, αναθεώρησα την κατάσταση των πεποιθήσεων μου ώστε να συμπεριληφθεί η νέα πεποίθηση ότι η μητέρα του Γιάννη και η πεθερά του πέθανε. Μετά την αναθεώρηση, δεν πίστευα άλλο ότι η μητέρα του Γιάννη είναι ζωντανή. Ούτε πίστευα ότι έχει πεθάνει. Ήμουν σε κατάσταση αγωνίας, μη ξέροντας εάν ή όχι αυτή είχε πεθάνει.

Έστω β να δηλώνει ότι η μητέρα του Γιάννη είναι ζωντανή. Με σκοπό να λογαριάσουμε αυτό το παράδειγμα, χρειαζόμαστε μια βάση πεποιθήσεων Α τέτοια ώστε $\beta \in A$, αλλά ούτε β ούτε $\neg\beta$ παράγεται από την αναθεωρημένη βάση. Όμως, η επιμονή δεν συμβαίνει σε αυτή την περίπτωση.

5.2 Αξιώματα της αναθεώρησης

(K* 1) Για κάθε πρόταση φ και κάθε σύνολο πεποιθήσεων Κ το Κ* είναι ένα σύνολο πεποιθήσεων

Το δεύτερο αξίωμα καλείται αξίωμα της **επιτυχίας**

$$\textbf{(K*2)}\ \phi \in K^*_\phi$$

Η κανονική εφαρμογή της διαδικασίας της αναθεώρησης γίνεται, όταν η είσοδος μίας πληροφορίας φ έρχεται σε αντίφαση με την πεποίθηση που ήδη υπάρχει στο σύνολο Κ, δηλαδή όταν ┐φ Є Κ. Επειδή όμως η συνάρτηση αναθεώρησης ορίζεται για όλες τις πεποιθήσεις, επεκτείνουμε την υπόθεσή μας για να καλύψουμε και την περίπτωση όπου το ┐φ Є Κ. Σε αυτήν την περίπτωση, όπως είναι φυσικό, η αναθεώρηση καλύπτεται πλήρως από τη διαδικασία της πρόσθεσης. Έτσι προκύπτουν τα δύο παρακάτω αξιώματα:

(K* 3) $K^*_\phi \subseteq K^+_\phi$

Το αξίωμα της συμπερίληψης ($A^*\alpha \subseteq A+\alpha$) λέει ότι η αναθεώρηση πάντα αποδίδει σε ένα υποσύνολο το αποτέλεσμα της πρόσθεσης από την ίδια πρόταση

(K * 4) Εάν $\neg\phi \notin K$, τότε $K^+_\phi \subseteq K^*_\phi$

Δηλαδή αυτό συμβαίνει όταν το φ είναι συνεπές με τις πεποιθήσεις του Κ. Από αυτά φαίνεται ότι η πρόσθεση αποτελεί ειδική περίπτωση αναθεώρησης. Η περίπτωση που όμως οδηγεί σε ασυνέπεια είναι όταν το ┐φ είναι λογικά αναγκαίο.

(K* 5) $K^*_\phi = K_\perp$ εάν και μόνο εάν $\vdash \neg\phi$

Από όλα αυτά προκύπτει η παρακάτω ιδιότητα 4.2.1:

Εάν φ Є Κ, τότε $K^*_\phi = K$

Το έκτο αξίωμα για τη διαδικασία της αναθεώρησης θα είναι:

(K* 6) Εάν $\vdash (\phi \leftrightarrow \psi)$ τότε $K^*_\phi = K^*_\psi$

Το αντίθετο δεν θα μπορούσε να το συμπεράνουμε ότι δηλαδή το φ είναι λογικά ισοδύναμο με το ψ. Ωστόσο η ισοδυναμία φ ↔ ψ θα μπορούσε να περιληφθεί στο Κ* (ακόμη και στο Κ).

(K* 7) $K^*_{\phi\wedge\psi} \subseteq (K^*_\phi)^+_\psi$

Σύμφωνα με την υπερπρόσθεση, αν αποκλείσουμε ένα από τα συζευκτικά από την αναθεώρηση αντί πρόσθεση αργότερα, τότε αποκτούμε ένα υπερσύνολο από ότι θα μπορούσαμε αλλιώς να πετύχουμε.

(K* 8) Εάν $\neg\phi \notin K^*_\phi$ τότε $(K^*_\phi)^+_\psi \subseteq K^*_{\phi\wedge\psi}$

Όταν το ┐φ Є Κ*φ τότε $(K^*_\phi)^*_\psi$ είναι αντιφατικό.

Αναθεωρώ την παρούσα κατάσταση πεποιθήσεών μου με το να αποδεκτώ την πεποίθηση α ότι ο Μπάχ δεν σύνθεσε την τοκάτα και μια άλλη μελωδία σε ντε ελάσσονα για τα όργανα. Μετά από αυτό, πρόσθεσα στην ψ καινούργια κατάσταση πεποιθήσεών μου ότι ο συνθέτης της τοκάτας και μιας άλλης μελωδίας, επίσης έγραψε ένα ντουέτο για λαούτο και φλάουτο. (Το οποίο ποτέ ο Μπάχ δεν έγραψε). Καθώς το ψ είναι συνεπής με το **K^*_ϕ**, μπορεί να φιλοξενηθεί από απλή πρόσθεση. Το αποτέλεσμα των δύο αλλαγών, **$(K^*_\phi)^+_\psi$**, θα ήταν το ίδιο με το να αναθεωρηθεί το K από την σύνθετη πεποίθηση φ που κάποιος μπορεί απαράλλακτα με τον Μπαχ, να έγραψε και την τοκάτα και το ντουέτο για λαούτο και φλάουτο, $K^*(_{\phi\wedge\psi})$.

4.2.2 $K^*_\phi = K^*_\psi$ εάν και μόνο εάν $\psi \in K^*_\phi$ και $\phi \in K^*_\psi$ (Κριτήριο Ταυτότητας)

Εάν το ψ γίνει αποδεκτό στο K*, τότε η αναγκαία αλλαγή στο K για να συμπεριλάβει το ψ δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την αναγκαία αλλαγή στο K για να συμπεριλάβει το φ. Ομοίως, εάν το φ βρίσκεται στο K^*_ψ τότε η αναγκαία αλλαγή του K ώστε να περιλάβει το φ, δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την αναγκαία αλλαγή στο K για να συμπεριλάβει το ψ. Βασική υπόθεση είναι ότι τα K^*_ϕ και K^*_ψ πρέπει να είναι ισοδύναμα.

4.2.3 $K^*_\phi \cap K^*_\psi \subseteq K^*_{\phi\wedge\psi}$

Συνδεσμική επικάλυψη

Παράδειγμα

Πιστεύω ότι Άκρα είναι εθνική πρωτεύουσα (φ). Πιστεύω ότι το Μπανγκουί είναι εθνική πρωτεύουσα (ψ). Σαν λογική συνέπεια, πιστεύω ότι ή η Άκρα ή το Μπανγκουί είναι εθνική πρωτεύουσα ($\varphi\wedge\psi$).

Περίπτωση 1: Λέει ο καθηγητής της Γεωγραφίας ¨Πες μου μια εθνική πρωτεύουσα¨.

Η Άκρα λέω με σιγουριά.

Ο καθηγητής με κοιτάει αγριεμένα χωρίς να λέει τίποτα. Χάνω την πίστη μου στην φ. Όμως, ακόμη διατηρώ την πεποίθησή μου στη ψ και συνεπώς, στην ($\varphi\wedge\psi$)..

Περίπτωση 2: Απαντάω το Μπανγκουί στην ίδια ερώτηση. Ο καθηγητής μου δίνει πάλι την ίδια εκφραστική απάντηση. Σε αυτή την περίπτωση, χάνω την πίστη μου στην ψ. Όμως, ακόμη διατηρώ την πεποίθησή μου στη α και συνεπώς, στην ($\varphi\wedge\psi$)..

Περίπτωση 3: Λέει ο καθηγητής της Γεωγραφίας ¨Πες μου δύο εθνικές πρωτεύουσες¨.

Η Άκρα και το Μπανγκουί λέω με σιγουριά. Χάνω την πίστη μου στην απάντηση μου δηλαδή στο ($\varphi\wedge\psi$)..

Καθώς, όμως τα πιστεύω μου στο φ και στο ψ είναι ισοδύναμα δυνατά, δεν μπορώ να διαλέξω από αυτά και έτσι, τα χάνω και τα δύο. Μετά από αυτό, δεν πιστεύω άλλο στην $\phi\vee\psi$.

Θέτοντας K να είναι το αρχικό σύνολο πεποιθήσεων σε αυτό το παράδειγμα. Τότε, το στοιχείο $\phi\vee\psi$ είναι ένα στοιχείο και των δύο των K^-_φ και K^-_ψ και συνεπώς, ένα στοιχείο της $K^-_\varphi \cap K^-_\psi$, αλλά όχι στοιχείο του $K^*_{\varphi\wedge\psi}$ Το παράδειγμα δείχνει ότι η συνδετική επικάλυψη δεν συμβαίνει πάντα στα σύνολα των πεποιθήσεων.

4.2.4 $\neg\phi \in K^*_\phi$ τότε $K^*_{\phi\wedge\psi} \subseteq K^*_\psi$

Συνδετική Συμπερίληψη

Εάν το φ $\notin$-$K*_{\varphi\wedge\psi}$, τότε ισχύει $K*_{\varphi\wedge\psi} \subseteq K*_{\varphi}$

Η Συνδετική Συμπερίληψη επίσης καλείται ¨σύνδεση¨.

Άλλη μία αρκετά λογική αρχή για την αφαίρεση από τη σύνδεση είναι ότι επικαλύπτει το κοινό κομμάτι των αφαιρέσεων από τους συνδέσμους. Με άλλα λόγια, οτιδήποτε είναι ένα στοιχείο και των δύο $K*_{\varphi}$ και $K*_{\psi}$, τότε θα είναι στοιχείο επίσης του $K*_{\varphi\wedge\psi}$.

Παράδειγμα

Με κάλεσαν σε ένα πάρτυ στη γειτονιά. Πριν πάω, πίστευα ότι όλοι θα είναι από το τετράγωνο της γειτονιάς καλεσμένοι (ε). Επίσης, πίστευα ότι η Αλίκη θα μπορούσε να είναι εκεί (α) και ο Γιώργος θα ήταν εκεί (β). Η Αλίκη και ο Γιώργος είναι ένα παντρεμένο ζευγάρι που μένουν στη γειτονιά, δύο σπίτια πιο πέρα.

Περίπτωση 1: Όταν πήγα στο πάρτυ δεν μπορούσα να βρω την Αλίκη. Για αυτό επομένως, απέσυρα την γνώμη μου ότι η Αλίκη είναι εκεί (α). Όμως, ακόμα πιστεύω ότι όλοι από την γειτονιά είναι προσκεκλημένοι.

Περίπτωση 2: Στο πάρτυ δεν μπορούσα να δω πουθενά τον Γιώργο. Απέσυρα την πεποίθηση ότι ήταν εκεί (β). Όμως, ακόμα πίστευα ότι όλοι από την γειτονιά είναι προσκεκλημένοι.

Περίπτωση 3: Στο δρόμο προς το πάρτυ, είδα την μπροστινή πόρτα της Αλίκης και του Γιώργου ανοικτές. Αυτό με έκανε να παραιτήσω την άποψη ότι και οι δύο είναι στο πάρτυ (α&β). Ακόμα, πίστευα ότι όλοι από την γειτονιά είναι προσκεκλημένοι;

Θα φαινόταν περίεργο να απαντήσεις στην ερώτηση με άρνηση. Με σκοπό να παύσεις την πεποίθηση α&β, πρέπει να σταματήσεις να πιστεύεις ή στο α ή στο β. Καθώς όμως, καμία από την απέλαση της α ή της β απαιτεί να παρατηθείς από την ε, περιμένουμε η απέλαση του α&β να μην μπορεί να απαιτεί την παραίτηση από την ε.

Η επόμενη αρχή είναι χρήσιμη με ονομασία "κατασκευαστική υπόθεση" :

Εάν $K*_{\varphi\vee\psi} = K*_{\psi}$ ή $K*_{\varphi\vee\psi} = K*$ ή $K*_{\varphi\vee\psi} = K* \text{ n } K\psi$

$A\div(\alpha\&\beta) = A\div\alpha$, $A\div(\alpha\&\beta) = A\div\beta$ ή $A\div(\alpha\&\beta) = A\div\alpha \cap A\div\beta$

Η Συνδετική κατασκευή επίσης καλείται ¨αερισμός¨.

Τελικά, επιτρέποντας να θεωρήσουμε αφαιρέσεις από τους τρεις συνδέσμους, όπως Α÷(α&β&δ). Μιλώντας σκληρά, υπάρχουν τρεις περιπτώσεις να εξασφαλίσουν ότι ένα σύνολο δεν παράγει το α&β&δ, δηλαδή για να το δείτε δεν παράγει το α, δεν παράγει το β ή δεν παράγει το δ. Οι πρώτες δύο από αυτές είναι αυτές που παράγουν το α&β. Θέτοντας τις περιπτώσεις όπου α Є Α÷(α&β). Τότε, έπεται από το αξίωμα της επιτυχίας ότι το β Є Α÷(α&β). Καθώς, το β και όχι το α απομακρύνεται, είναι καλύτερα (πιο οικονομικά πληροφοριακά) να αποκλείεις το β από το Α παρά το α. Τώρα, τι συμβαίνει στην περίπτωση Α÷(α&β&δ); Όπως, έχουμε παρατηρήσει, υπάρχουν τρείς τρόποι να αποφύγουμε το α&β&δ : να απομακρύνουμε το α, το β και το δ. Έχουμε μόλις συμπεριλάβει από το α Ε Α÷(α&β) ότι είναι καλύτερα να απομακρύνουμε το β από το Α παρά το α. Καθώς, είναι μόνο ένας τρόπος να απομακρύνουμε το α&β&δ το οποίο είναι καλύτερο από το να απομακρύνουμε το α, δεν πρέπει να απομακρύνουμε το α. (Εάν θα έπρεπε να απομακρύνουμε το β, το δ ή και τα δύο, δεν μπορούμε να απομακρύνουμε από το α Є Α÷(α&β).). Αυτό ανέρχεται στο παρακάτω αξίωμα:

Συνδετική τριχοτόμηση

Εάν α Ε Α÷(α&β), τότε α Ε Α÷(α&β&δ).

Τώρα, έχουμε τέσσερα αξιώματα της συνδετικής αφαίρεσης; Συνδετική συμπερίληψη, συνδετική επικάλυψη, συνδετική κατασκευή και συνδετική τριχοτόμηση. Για την αφαίρεση μερικής επιλογής από (λογικά κλειστά) σύνολα πεποιθήσεων μπορούμε να περιορίσουμε την προσοχή μας σε δύο από αυτά:

Παρατήρηση 2.15 Έστω Α είναι ένα (λογικά κλειστό) σύνολο πεποιθήσεων που ικανοποιεί την κλειστότητα, την συμπερίληψη, την κενότητα, την επιτυχία, την επεκτασιμότητα και την ανάκτηση. Τότε:

(Hans Rott) Η συνδετική επικάλυψη ικανοποιείται εάν μόνο και εάν ικανοποιείται η συνδετική τριχοτόμηση.

(AGM) Η συνδετική κατασκευή ικανοποιείται εάν μόνο και εάν ικανοποιούνται η συνδετική επικάλυψη και η συνδετική συμπερίληψη.

Τα (K* 1) - (K* 8) είναι τα απολύτως αναγκαία για να καλύψουν τις λογικές ιδιότητες της αναθεώρησης.

Πίνακας 3: Αξιώματα αναθεώρησης πεποιθήσεων.

(K* 1)	Για κάθε φ και κάθε K* το K^*_ϕ είναι σύνολο πεποιθήσεων
(K* 2)	$\phi \in K^*_\phi$
(K* 3)	$K^*_\phi \subseteq K^+_\phi$
(K* 4)	Εάν $\neg\phi \notin K$, τότε $K^+_\phi \subseteq K^*_\phi$
(K* 5)	$K^*_\phi = K_\perp$ εάν και μόνο εάν $\vdash \neg\phi$
(K* 6)	Εάν $\vdash \phi \leftrightarrow \psi$ τότε $K^*_\phi = K^*_\psi$
(K* 7)	$K^*_{\phi \wedge \psi} \subseteq (K^*_\phi)^+_\psi$
(K* 8)	Εάν $\neg\phi \notin K^*_\phi$ τότε $(K^*_\phi)^+_\psi \subseteq K^*_{\phi \wedge \psi}$

5.3 Η ταυτότητα του Harper

Έχουμε ορίσει αναθεώρηση σε όρους αφαίρεσης. Αντίστροφα, η αφαίρεση μπορεί να οριστεί σε όρους μερικής επιλογής εσωτερικής αναθεώρησης:

Έστω Κ να είναι κάθε σύνολο και γ μια συνάρτηση επιλογής για το Κ. Τότε,

$$K\sim_\gamma \alpha = K \cap (K \mp_\gamma \neg\alpha) \quad \text{(Η ταυτότητα του Harper)}$$

Η ταυτότητα του Harper (μερικές φορές, επίσης, καλείται ¨ Η ταυτότητα του Gardenfors¨) (Gardenfors, 1978) μπορεί να δειχτεί σαν το αντίστροφο της ταυτότητας του Levi. Η ταυτότητα του Levi παίρνει από ένα τελεστή αφαίρεσης μερικής επιλογής την ανταπόκριση ενός τελεστή μερικής επιλογής εσωτερικής αναθεώρησης. Η ταυτότητα του Harper παίρνει από ένα τελεστή μερικής επιλογής εσωτερικής αναθεώρησης την ανταπόκριση ενός τελεστή αφαίρεσης μερικής επιλογής . Μαζί και τα δύο μπορούν να φτιάξουν την αφαίρεση και την ανταλλάξιμη αναθεώρηση.

Για μερική επιλογή εξωτερική αναθεώρηση, όχι τέτοιος ¨τρόπος επιστροφής¨ από την αναθεώρηση στην αφαίρεση δεν είναι διαθέσιμος. Από την πλευρά της λογικής ανάλυσης, η ταυτότητα του Harper είναι ένα πλεονέκτημα της εσωτερικής ενάντια της εξωτερικής αναθεώρησης.

Υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στην ενημέρωση και στην αναθεώρηση.

Το 1985, ο Arthur Keller και η Marianne Winslett παρατήρησαν ότι υπάρχουν δύο είδη από λόγους γιατί προσθέτουμε μια νέα πληροφορία σε μια κατάσταση πεποιθήσεων. Ένα είναι ότι ο κόσμος έχει αλλάξει και ο άλλος ότι έχουμε προσθέσει καινούργια πληροφορία για τον κόσμο. Το πρώτο είδος συχνά καλείται ενημέρωση ενώ η δεύτερη περίπτωση είναι η αναθεώρηση.

Παραδείγματα

1. Πριν ο Κώστας δεν είχε κατοικίδιο αλλά εχθές αγόρασε ένα σγουρόμαλλο σκυλάκι. Επομένως, έχω να συμπεριλάβω τη νέα πεποίθηση ότι ο Κώστας έχει ένα σγουρόμαλλο σκυλάκι στο σύνολο των πεποιθήσεων μου.
2. Πριν πίστευα ότι ο Κώστας δεν είχε κατοικίδιο αλλά εχθές, έμαθα ότι είχα κάνει λάθος και έχει ένα σγουρόμαλλο σκυλάκι. Επομένως, έχω να συμπεριλάβω τη νέα πεποίθηση ότι ο Κώστας έχει ένα σγουρόμαλλο σκυλάκι στο σύνολο των πεποιθήσεων μου.

Η πρώτη περίπτωση είναι περίπτωση ενημέρωση ενώ η δεύτερη περίπτωση είναι η αναθεώρηση.

6 Γνωσιακή κατοχύρωση

6.1 Ορισμός

Κατά τη διαδικασία της αλλαγής η γνωσιακή κατοχύρωση της πρότασης είναι αυτή που καθορίζει την ίδια της την "πορεία".

Οι βασικές ιδέες για αυτό το μοντέλο είναι οι εξής:

1. Υπάρχει η δυνατότητα ορισμού της γνωσιακής κατοχύρωσης των προτάσεων σε ένα σύνολο πεποιθήσεων K (ανεξάρτητα με το τι συμβαίνει μέσα σε αυτό) κατά τη διαδικασία της αναθεώρησης ή της αφαίρεσης των πεποιθήσεων.

2. Ὄταν ένα σύνολο πεποιθήσεων αφαιρείται ή αναθεωρείται, οι προτάσεις στο K που θα απομακρυνθούν είναι αυτές με την ελάχιστη γνωσιακή κατοχύρωση.

Θεμελιώδες κριτήριο για τον καθορισμό της γνωσιακής κατοχύρωσης μίας πρότασης είναι πόσο χρήσιμη μπορεί να είναι αυτή η πρόταση κατά τη διάρκεια μίας συζήτησης. Κάποια τμήματα της γνώσης και των πεποιθήσεών μας είναι πολύ πιο σημαντικά από άλλα.

Η ιδέα κατασκευής αυτού του μοντέλου είναι ότι οι προτάσεις που απομακρύνονται από ένα σύνολο πεποιθήσεων είναι αυτές με τη λιγότερη επιστημολογική κατοχύρωση. Ἔστω για παράδειγμα το σύνολο πεποιθήσεων $K^{-}_{\phi \wedge \psi}$. Στην περίπτωση όπου και το φ αλλά και το ψ δεν είναι ταυτολογίες τότε τουλάχιστον μία από τις προτάσεις αυτές θα πρέπει να απομακρυνθεί. Εάν απομακρυνθεί η πρόταση ψ, τότε είναι ξεκάθαρο ότι η φ είναι πιο κατοχυρωμένη από την ψ. Σε μαθηματικούς όρους αυτό μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$\psi \leq \phi$ εάν και μόνο εάν $\psi \in K^{-}_{\phi \wedge \psi}$

Εάν οι φ, ψ είναι προτάσεις της γλώσσας L, ο συμβολισμός $\phi \leq \psi$ χρησιμοποιείται ως συντόμευση ''το ψ είναι τουλάχιστον κατοχυρωμένο όσο είναι και το φ". Η αυστηρή σχέση $\phi \leq \psi$ αναπαριστά ότι ''το ψ είναι πιο κατοχυρωμένο από το φ". Αξίζει να σημειώσουμε ότι η σχέση ≤ ορίζεται μόνο σε εξάρτηση με το σύνολο πεποιθήσεων K. Αυτό γιατί, διαφορετικά σύνολα πεποιθήσεων μπορούν να σχετίζονται με διαφορετικές διατάξεις από γνωσιακές κατοχυρώσεις. Όταν είμαστε πιεσμένοι να εγκαταλείψουμε πεποιθήσεις, θα πρέπει να πετάξουμε αυτές που έχουν λιγότερη επεξηγηματική δύναμη και επιστημονική αξία όσο δυνατόν. Σαν ένα παράδειγμα, μπορούμε να διαλέξουμε ανάμεσα στο να εγκαταλείπουμε πεποιθήσεις σε φυσικούς νόμους και πεποιθήσεις σε απλές πραγματικές καταστάσεις, που θα έπρεπε να διατηρηθούν στις πεποιθήσεις μας σε φυσικούς νόμους που έχουν περισσότερο επεξηγηματική δύναμη. Αυτή ήταν η βασική ιδέα πίσω από την πρόταση του Gardenfors όπου η πρόσθεση πεποιθήσεων θα έπρεπε να οριστεί από σειρά από επιστημονική κατοχύρωση.

Ακόμα και εάν όλες οι προτάσεις σε ένα σύνολο πεποιθήσεων είναι αποδεκτές ή θεωρούνται σαν γεγονότα(ώστε να εκχωρηθεί η μέγιστη πιθανότητα) αυτό δεν σημαίνει ότι όλες οι προτάσεις έχουν ισοδύναμη αξία για σχεδιασμό ή για σκοπούς επίλυσης προβλήματος. Ορισμένα κομμάτια των γνώσεων και των πεποιθήσεών μας για τον κόσμο είναι πιο σημαντικά από άλλα όταν σχεδιάζουμε μελλοντικές ενέργειες, διεξάγουμε επιστημονικές έρευνες ή αιτιολόγησης γενικά. Θα πούμε ότι κάποιες προτάσεις στο σύστημα των πεποιθήσεων έχουν ένα βαθμό υψηλότερο επιστημονικής κατοχύρωσης από άλλα. Η κατευθυντήρα ιδέα για την πρόσθεση είναι ότι ένα σύνολο πεποιθήσεων A αναθεωρείται ή αφαιρείται, τότε οι προτάσεις στο A που εγκαταλείπουν είναι αυτές που έχουν μικρότερους βαθμούς επιστημονικής κατοχύρωσης.

Το τυπικό εργαλείο που παρουσιάστηκε από τον Gardenfors για να εκφράσει την επιστημονική κατοχύρωση είναι μια δυαδική σχέση. Έστω α και β τα δύο στοιχεία από το σύνολο πεποιθήσεων. Το β είναι πιο κατοχυρωμένο από το α΄ σημαίνει ότι το β είναι πιο χρήσιμο σε έρευνα ή σε σύσκεψη, ή ότι έχει περισσότερη επιστημονική αξία από το α. (Παρατήρησε ότι δεν υπάρχει απλή σχέση μεταξύ κατοχύρωση ή επιστημονική αξία από την άλλη μεριά και πιθανότητες στο άλλο). Τουλάχιστον, ιδανικά θα μπορούσε να είναι πιθανόν να καθορίσουμε το συγκριτικό βαθμό της κατοχύρωσης από διαφορετικές προτεραιότητες προτάσεων (και χωρίς αναφορά σε αυτό) ο χειριστής της πρόσθεσης σε κάθε χειριστή αλλαγής. Όταν παρουσιάζουμε την πρόσθεση πεποιθήσεων, οι πεποιθήσεις με την χαμηλότερη κατοχύρωση θα έπρεπε να είναι αυτές που θα φύγουν.

Για αυτό για να υπάρχει μια έγκυρη ανάλυση, οι δύο έννοιες της επιστημονικής αξίας και ευπάθειας να αλλάξεις πρέπει να είναι σε αντίστροφη σχέση με ένα ακριβώς τρόπο, ώστε να μπορούν ακριβώς να παρουσιαστούν από μια και ίδια δυαδική σχέση. Μόνο κάτω από αυτή την παραδοχή-που είναι βέβαια ανοικτή σε φιλοσοφική συζήτηση-μπορούν τα τυπικά αποτελέσματα να αναφερθούν σε αυτή την ενότητα να είναι ερμηνευμένα όπως αρχικά σκόπευε ο Gardenfors. Άλλο λιγότερα ερμηνευτικό είναι να θεωρήσουμε την επιστημονική κατοχύρωση σαν ¨μόλις άλλον κόσμο για συγκριτική αναίρεση. Τότε ΄η φ είναι λιγότερη κατοχυρωμένη από το ψ΄ σημαίνει ότι είναι ευκολότερο να απορρίψουμε το φ από το ψ και καμία σχέση σε ανεξάρτητη έννοια της επιστημονικής αξίας είναι αξιωματική.

Τα παρακάτω σύμβολα θα χρησιμοποιηθούν για την επιστημονική κατοχύρωση :

$\alpha \leq \beta$ το α είναι το ίδιο κατοχυρωμένο όσο το β

$\alpha < \beta$ το α είναι λιγότερο κατοχυρωμένο από το β

$\alpha \equiv \beta$ το α και το β είναι το ίδιο κατοχυρωμένα

$<$ και $\equiv$, μπορούν να οριστούν σε όρους $\leq$:

$\alpha < \beta$ εάν και μόνο εάν $(\alpha \leq \beta) \& \neg (\beta \leq \alpha)$

$\alpha \equiv \beta$ εάν και μόνο εάν $(\alpha \leq \beta) \& (\beta \leq \alpha)$

Ο Gardenfors έχει προτείνει πέντε αξιώματα για την επιστημονική κατοχύρωση. Πρώτα, η επιστημονική κατοχύρωση είναι μεταβατική:

Μεταβατικότητα:

Εάν $\alpha \leq \beta$ και $\beta \leq \delta$, τότε $\alpha \leq \delta$

Επιπλέον, εάν είσαι πρόθυμος να εγκαταλείψεις την α όπως εγκαταλείπεις την β και επίσης, είσαι πρόθυμος να εγκαταλείψεις την β όπως εγκαταλείπεις την δ, τότε θα είσαι πρόθυμος να εγκαταλείψεις την α όπως εγκαταλείπεις την δ. (Αυτό το αξίωμα μπορεί επίσης να παραφραστεί με όρους επιστημονικής αξίας : Εάν το α έχει την ίδια επιστημονική αξία όσο το β και το β έχει την ίδια επιστημονική αξία όσο το δ, τότε το α θα έχει την ίδια επιστημονική αξία όσο το δ.)

Το επόμενο αξίωμα συγκρίνει δύο προτάσεις, μία η οποία λογικά παράγει την άλλη. Έστω α να είναι η πρόταση που λογικά παράγει την β. Εάν είσαι πιεσμένος να εγκαταλείψεις την β, τότε θα είσαι πιεσμένος να εγκαταλείψεις την α (καθώς η α δεν μπορεί να διατηρηθεί χωρίς την λογική της συνέπεια β επίσης να διατηρείται). Επομένως, θα εμφανιστεί να είσαι τουλάχιστον πρόθυμος να εγκαταλείψεις την α όσο και την β ή με άλλες λέξεις θα έπρεπε τουλάχιστον να είναι τόσο κατοχυρωμένη όσο το β:

6.2 Αξιώματα

Το αξίωμα της Μεταβατικότητας ορίζει την ελάχιστη απαίτηση σε μία σχέση διατάξεων:

(ΕΕ1) Για κάθε φ, ψ, γ εάν $\varphi \leq \psi$ και $\psi \leq \gamma$ τότε $\varphi \leq \gamma$

'Όταν αφαιρούμε ή αναθεωρούμε ένα σύνολο πεποιθήσεων, μερικές από τις προηγούμενες 'αποδεκτές" προτάσεις θα πρέπει να απομακρυνθούν. Η διάταξη της γνωσιακής κατοχύρωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσει ποιες προτάσεις θα πρέπει να απομακρυνθούν βάσει του κριτηρίου της πληροφοριακής οικονομίας. Οι λιγότερο κατοχυρωμένες προτάσεις απομακρύνονται πρώτες, έτσι ώστε η έλλειψη πληροφορίας να είναι η ελάχιστη δυνατή. Μία ειδική περίπτωση γνωσιακής κατοχύρωσης διατυπώνεται από το αξίωμα της Κυριαρχίας, το οποίο απαιτεί ότι, εάν μία πρόταση είναι λογικά ισχυρότερη από μία άλλη, τότε θα είναι λιγότερο κατοχυρωμένη:

(ΕΕ2) Για κάθε φ, ψ εάν φ ⊢ ψ τότε φ ≤ ψ

Διαισθητικά, εάν η πρόταση φ παράγει τη ψ και είτε η φ είτε η ψ πρέπει να απορριφθούν από το σύνολο πεποιθήσεων Κ, τότε μικρότερη αλλαγή θα έχουμε εάν απορρίψουμε το φ και διατηρήσουμε το ψ παρά να απορρίψουμε το ψ. Εκ πρώτης άποψης φαίνεται ότι δημιουργείται μία αντίφαση με τα όσα υπαγορεύει το κριτήριο της πληροφοριακής οικονομίας. Ὅταν μία πρόταση ψ παράγεται από μία πρόταση φ, η πληροφοριακή τιμή της φ είναι μεγαλύτερη από αυτή της ψ. Ωστόσο, όταν απορρίπτουμε την φ, στη νέα κατάσταση πεποιθήσεων δεν απουσιάζει ολόκληρη η πληροφορία που σχετίζεται με την φ και μερικές φορές το ψ διατηρείται. Εάν όμως απορρίπταμε το ψ, τότε λόγω της κλειστής συνεπαγωγής του συνόλου των πεποιθήσεων και μέσω της πρότασης φ θα είχαμε την επανεμφάνιση της πρότασης ψ. Ἀρα θα έπρεπε να απορριφθεί και η πρόταση φ. Η παραπάνω σκέψη οδηγεί σε μεγαλύτερη έλλειψη πληροφορίας στο σύνολο πεποιθήσεων Κ. Μολαταύτα ο εν λόγω ισχυρισμός αποδεικνύει ότι το αξίωμα (ΕΕ2) συμμορφώνεται με το κριτήριο της πληροφοριακής οικονομίας. Γενικά το αξίωμα (ΕΕ2) φαίνεται να περιλαμβάνει όλα όσα μπορούν να αξιωματικοποιηθούν "ποιοτικά" για τη γνωσιακή κατοχύρωση. Ἑνα ακόμη πιο ισχυρό αξίωμα είναι το αξίωμα της Συνδεσιμότητας: (Gardenfors, 1992).

(ΕΕ3) Για όλες τις προτάσεις φ, ψ Є Κ, φ ≤ φ Λ ψ ή ψ ≤ φ Λ ψ

Το παραπάνω αξίωμα υπαγορεύει ότι, εάν επιθυμούμε να απορρίψουμε το φ Λ ψ από ένα σύνολο πεποιθήσεων Κ, αυτό επιτυγχάνεται μόνο εάν απορρίψουμε είτε το φ είτε το ψ. Με λίγα λόγια η έλλειψη της πληροφορίας προκαλείται είτε από την απόρριψη της πρότασης φ είτε της ψ. Ἑνας διαφορετικός τρόπος που αποτελεί και κίνητρο για τα αξιώματα γνωσιακής κατοχύρωσης και συγκεκριμένα για το (ΕΕ3) είναι η εκτίμηση της ≤ μέσω των βαθμών σταθερότητας του Spohn. Πιο συγκεκριμένα ο Spohn θεωρεί ότι μία πρόταση φ είναι λιγότερο κατοχυρωμένη από μία άλλη πρόταση ψ, εάν η φ έχει μικρότερο βαθμό σταθερότητας από τη ψ. **Η πρόταση του Spohn** διατυπώνεται από την επόμενη συνθήκη:

φ ≤ ψ εάν και μόνο εάν k(┐φ) ≤ k(┐ψ)

Εδώ το Κ ορίζεται ως συνάρτηση υποθετικής διάταξης (ordinal conditional function). Εάν λοιπόν η ≤ οριστεί κατ' αυτό τον τρόπο τότε θα ικανοποιεί και τα αξιώματα (ΕΕ1)- (ΕΕ3).

Εάν η ≤ ικανοποιεί τα αξιώματα (ΕΕ1)-(ΕΕ3), τότε για κάθε φ και ψ προκύπτει ότι είτε φ ≤ ψ είτε ψ ≤ φ

Κατά την ερμηνεία των αξιωμάτων υποθέσαμε ότι όλες οι προτάσεις ανήκουν στο υπ' εξέταση σύνολο πεποιθήσεων Κ. Ωστόσο, θα μπορούσαμε να ορίσουμε το ≤ για όλες τις προτάσεις που ανήκουν στη γλώσσα L. Εάν μία πρόταση δεν ανήκει στο Κ, τότε δεν είναι κατοχυρωμένη και συνεπώς αποτελεί το μικρότερο στοιχείο της διάταξης $\leq$. Όλα τα παραπάνω διατυπώνονται μέσω του αξιώματος της Ελαχιστότητας:

(ΕΕ4) Όταν $K \neq K_{\perp}$ τότε $\phi \notin K$ εάν και μόνο εάν $\phi \leq \psi$

Το αξίωμα αυτό επίσης επάγεται διότι εάν $\phi \notin K$ τότε $K(\neg\phi) = 0$

Αντιστρόφως οι πιο "κατοχυρωμένες" προτάσεις είναι αυτές που είναι λογικά έγκυρες (ταυτολογίες) και αποτελούν το μέγιστο στοιχείο στη διάταξη $\leq$:

(ΕΕ5) Εάν $\psi \leq \phi$ για όλες τις προτάσεις ψ τότε $\vdash \phi$.

Το αντίστροφο του αξιώματος (ΕΕ5) προκύπτει από το (ΕΕ2) διότι, εάν $\vdash \phi$ τότε $\vdash \phi \rightarrow \psi$ για όλες τις προτάσεις φ. Τέλος, μερικές συνέπειες για τα αξιώματα (ΕΕ1)- (ΕΕ5) είναι οι εξής:

Εάν $\gamma \leq \phi$ και $\gamma \leq \psi$ τότε $\gamma \leq \phi \land \psi$

Πίνακας 4: Αξιώματα γνωσιακής κατοχύρωσης

(ΕΕ1)	Για κάθε φ, ψ, γ Εάν $\phi \leq \psi$ και $\psi \leq \gamma$ τότε $\phi \leq \gamma$
(ΕΕ2)	Για κάθε φ, ψ εάν $\phi \vdash \psi$ τότε $\phi \leq \psi$
(ΕΕ3)	Για όλες τις προτάσεις $\phi, \psi \in K$, $\phi \leq \phi \land \psi$ ή $\psi \leq \phi \land \psi$
(ΕΕ4)	Όταν $K \neq K_{\perp}$ τότε $\phi \notin K$ εάν και μόνο εάν $\phi \leq \psi$ για όλες τις προτάσεις ψ
(ΕΕ5)	Εάν $\phi \leq \psi$ για όλες τις προτάσεις ψ τότε $\vdash \phi$

Όμως, αν κάποιος agent διαλέξει την επιστημονική κατοχύρωση, θα μπορούσε να καθορίσει από αυτό το αποτέλεσμα της αναθέτουσας πεποίθησης Κ από κάθε πρόταση φ.

Σε αυτή τη περίπτωση, η υπόθεση (C) ορίζει σύνθεση:

(C-) $\psi \in K^{-}_{\phi}$ εάν $\psi \in K$ και ή $\phi < \phi \lor \psi$ ή $\vdash \phi$

Οι Gardenfors και Makinson απόδειξαν το παρακάτω «εκπροσωπητικό αποτέλεσμα» που ειδικά δείχνει ότι για το σκοπό της σύνθεσης των πεποιθήσεων, η διάταξη $\leq$ στις πεποιθήσεις είναι όλες οι πληροφορίες που κάποιος χρειάζεται για πιο λογικούς παράγοντες.

Η (C-) αποτελεί ένα μηχανισμό για τις συναρτήσεις κατασκευής.

Πρέπει να παρατηρηθεί ότι εξαιτίας της ταυτότητας του Levi, μπορεί να αναδιατυπωθεί με ένα τρόπο που ορίζει αμέσως μια λειτουργία αναθεώρησης * από την επιστημονική κατοχύρωση ≤ :

$$\textbf{(E*)}\quad \psi \in K{*}\phi \quad \text{εάν } (\phi \rightarrow \neg\psi) < (\phi \rightarrow \psi) \quad \text{ή} \quad \vdash \phi$$

7 Το σύστημα σφαιρών του Adam Grove

7.1 Ορισμός

Μια κατασκευαστική προσέγγιση στην αναθεώρηση πεποιθήσεων έχει προταθεί και από το Grove.

Ο Adam Grove χρησιμοποιεί ένα σύστημα σφαιρών το οποίο βασίζεται σε εκείνο που πρότεινε ο David Lewis. (Grove, 1986).Το μοντέλο αυτό μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί, μέσω της ιδιότητας του Harper, ώστε να αναπαραστήσει συναρτήσεις αφαίρεσης πεποιθήσεων. Σχετίζεται άμεσα με τις κατασκευές των συναρτήσεων αφαίρεσης μερικής επιλογής. Εδώ, ορίζουμε όλα τα μέγιστα συνεπή σύνολα προτάσεων της γλώσσας L ως συνεπείς πλήρεις θεωρίες ή διαφορετικά ως πιθανούς κόσμους. Με το συμβολισμό ML ορίζει το σύνολο όλων των πιθανών κόσμων που περιγράφονται στη γλώσσα L. Κάθε σύνολο πεποιθήσεων K που ανήκει στο σύνολο θεωριών KL μπορεί να αναπαρασταθεί από το υποσύνολο [K] της ML και το οποίο αποτελείται από όλα τα μέγιστα σύνολα που περιλαμβάνουν όλες τις προτάσεις του K. Ο ορισμός του [K] (σύνολο K-πιθανών κόσμων) είναι ο ακόλουθος:

$$\textbf{(Def [K])} \qquad [K] = \{m \in M_L : K \subseteq m\}$$

Στον παραπάνω ορισμό και στην περίπτωση όπου K = K⊥ έχουμε [K⊥] = 0. Για κάθε πρόταση φ χρησιμοποιούμε τον ίδιο ορισμό ώστε να κατασκευάσουμε το σύνολο [φ] Є M_L (σύνολο φ-πιθανών κόσμων):

$$\textbf{(Def [}\boldsymbol{\phi}\textbf{])} \qquad [\phi] = \{m \in M_L : \phi \in m\}$$

Ο Grove ακόμα ορίζει μία συνάρτηση th : $M_L \rightarrow K$ η οποία αντιστοιχεί σύνολα πιθανών κόσμων σε σύνολα πεποιθήσεων

Μία σφαίρα ορίζεται ως ένα σύνολο από πιθανούς κόσμους. Ένα σύστημα σφαιρών με κέντρο το [K] αποτελεί ουσιαστικά μία διάταξη πιθανών κόσμων.

Ορισμός 6.1.1

Έστω S μία οποιαδήποτε συλλογή υποσυνόλων στο M_L. Ονομάζουμε S ένα σύστημα από σφαίρες με κέντρο το [K] για μερικά υποσύνολα [K] ⊆M_L εάν ικανοποιεί τις παρακάτω συνθήκες:

Το S είναι ολικά διατεταγμένο ⊆ (δηλαδή εάν U,V Є S τότε U ⊆ V ή U ⊆ V)

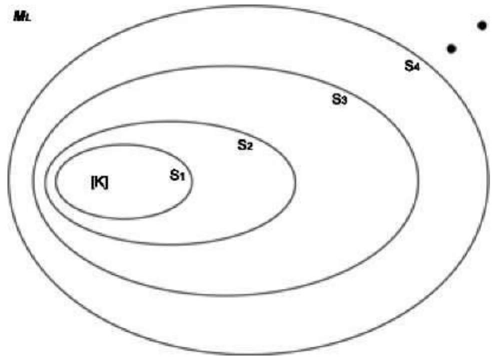
Το [K] είναι ⊆-ελάχιστο υποσύνολο του S (δηλαδή εάν [K] Є S και U E S τότε

[K] ⊆ U)

M_L Є S (αποτελεί το μεγαλύτερο στοιχείο του S)

Εάν φ E L και υπάρχει οποιαδήποτε σφαίρα στο S που τέμνει το [φ], τότε υπάρχει και η μικρότερη σφαίρα που τέμνει το [φ]

Η εικονική αναπαράσταση ενός συστήματος από σφαίρες με κέντρο το [K] δίνεται παρακάτω:



Η συνθήκη (S1) υποστηρίζει ότι δύο κόσμοι στο S είναι πάντα συγκρίσιμοι σε πιθανότητα. Η συνθήκη (S2) ότι οι πιο πιθανοί κόσμοι είναι αυτοί που είναι συγκρίσιμοι με την αρχική πίστη K του πράκτορα. Η συνθήκη (S3) λέει ότι όλοι οι κόσμοι εμφανίζονται κάπου.

Η συνθήκη (S4) εγγυάται ότι, εάν οποιαδήποτε πρόταση φ έχει πιθανούς κόσμους που τέμνουν το M_L, τότε υπάρχει η μικρότερη ή 'εσώτερη" σφαίρα στο S που τέμνει το [φ]. Αποτελεί την μικρότερη παραδοχή. Συμβολίζουμε αυτή τη σφαίρα ως c(φ). Εάν το [φ] δεν τέμνει καμία σφαίρα στο S (π.χ. [φ] $\cap M_L = \varnothing$), τότε ορίζουμε c(φ) = ML. Αυτό όμως μπορεί να συμβεί μόνο στην περίπτωση όπου [φ] = $\varnothing$, όπως ορίζει η συνθήκη (S3)

Υποθέστε ότι θέλουμε να αναθεωρήσουμε την K από την πρόταση φ. Τότε το πράγμα που πρέπει να κάνουμε είναι να επιλέξουμε τους πιο πιθανούς κόσμους φ και να ορίσουμε μέσω αυτούς ένα καινούργιο σύνολο πεποιθήσεων K*φ.:

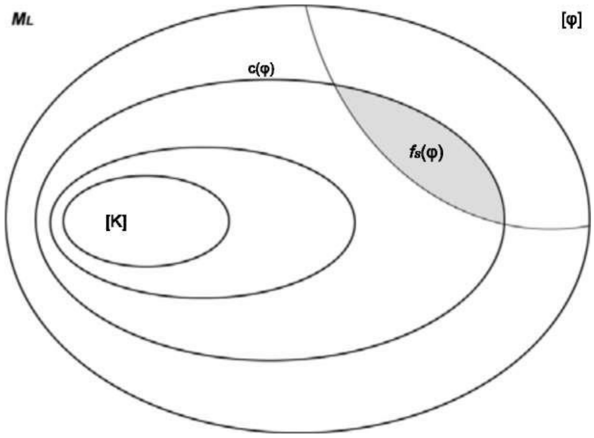
$$K^*_{\phi} = \cap(c(\phi)\cap[\phi]) \quad \textbf{εάν υπάρχει } \phi$$

$$K^*\phi = L \quad \textbf{αλλιώς}$$

Η υπόθεση (S*) παρουσιάζεται από τον Grove σαν μια συνάρτηση αναθεώρησης από το σύστημα των σφαιρών S.

Άσε μια K να είναι μια θεωρία και το S είναι ένα σύστημα σφαιρών στο [K], τότε η συνάρτηση αναθεώρησης * ορίζεται μέσω της (S*) που ικανοποιεί τα αξιώματα AGM (K*1) – (K*8). Αντίθετα, για κάθε θεωρία K και αξιώματα AGM αναθεώρησης *, τότε υπάρχει ένα σύστημα σφαιρών S με κέντρο το [K] που ικανοποιεί (S*).

Το AGM βασίστηκε στην έννοιας της ελάχιστης αρχικής αλλαγής. Η σύνδεση των δύο προτάθηκε από το Levi μέσω του AGM αξιώματος Δηλαδή οι κόσμοι που αντιστοιχούν στην αναθεώρηση του συνόλου πεποιθήσεων Κ με την πρόταση φ είναι ακριβώς οι φ-κόσμοι που βρίσκονται πιο κοντά στο [Κ]. Κάθε τέτοια επιλογή έχει ως κίνητρο την 'Αρχή της Ελάχιστης Αλλαγής" (ή κριτήριο πληροφοριακής οικονομίας) και αναπαρίσταται από τη σφαίρα με τη σκιασμένη περιοχή



Η αναθεώρηση [Κ *] στο σύστημα σφαιρών

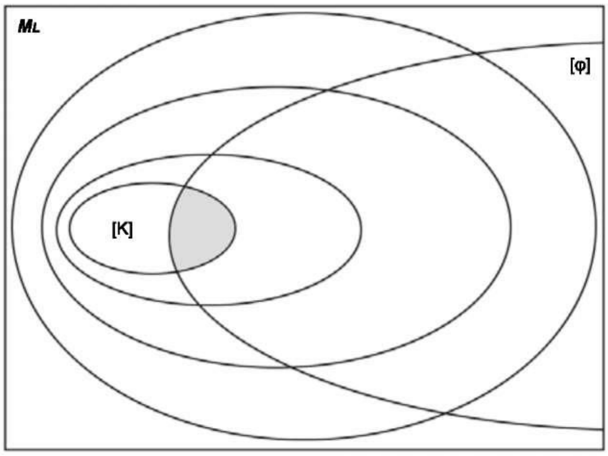
Το σύστημα σφαιρών για την πρόσθεση των πεποιθήσεων

Το σύστημα σφαιρών για τη διαδικασία της πρόσθεσης των πεποιθήσεων ορίζεται ως εξής:

Στην περίπτωση όπου το ┐φ Є Κ συνεπάγεται ότι η πρόταση φ είναι συνεπής με το σύνολο πεποιθήσεων Κ και από το οποίο προκύπτει [Κ] ∩ [φ] ≠ 0. Δηλαδή οι κοντινότεροι φ-πιθανοί κόσμοι εμπίπτουν στην εσωτερική σφαίρα των Κ-πιθανών κόσμων. Ἐτσι, η νέα κατάσταση πεποιθήσεων που προκύπτει από την είσοδο μίας νέας πληροφορίας σε επίπεδο πιθανών κόσμων ορίζεται ως:

$$\mathbf{[K^{+}_{\phi}] = [K] \cap [\phi]}$$

Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά τη διαδικασία της πρόσθεσης πεποιθήσεων.

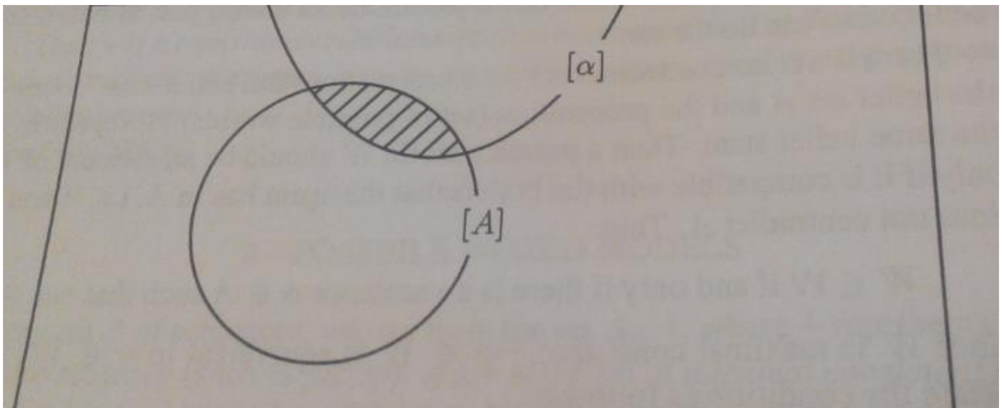


Τα σύνολα από πιθανούς κόσμους μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν μια εναλλακτική αναπαράσταση των πιθανών καταστάσεων. Υπάρχει μια στενή σχέση ανάμεσα στις δηλώσεις και στα σύνολα πεποιθήσεων. Τότε, ένας πιθανός κόσμος θα έπρεπε να είναι ένα στοιχείο του κόσμου εάν και μόνο εάν είναι σύμφωνος με τις πεποιθήσεις που ο agent έχει στο Κ, π.χ. εάν και μόνο εάν δεν είναι σύμφωνο με το Κ. Επιπλέον:

Για κάθε πρόταση α, [α] είναι μια συντομογραφία του [Cn({α})].

Είναι βολικό να εκπροσωπήσουμε ένα £$\perp^{\perp}$(το σύνολο των πιθανών κόσμων) σαν μια γεωμετρική επιφάνεια. Η σκέψη ότι κάθε σημείο από το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αντιπροσωπεύει ένα πιθανό κόσμο. Ο κύκλος του [Α] αντιπροσωπεύει εκείνους τους πιθανούς κόσμους στους οποίους όλες οι προτάσεις Α είναι αληθείς, π.χ. το σύνολο [Α] των πιθανών κόσμων. Η περιοχή [α] αντιπροσωπεύει εκείνους τους πιθανούς κόσμους στους οποίους η πρόταση α είναι αληθείς.

Εικόνα 3.1.



Στην εικόνα 6.1, το [Α] και το [α] έχουν μια κοινή μη άδεια τομή που σημαίνει ότι το Α είναι σύμφωνο με το α. Η αναθεώρηση της Α από το α επομένως, είναι μη παραβιασμένη περιοχή πεποιθήσεων. Το αποτέλεσμα που παίρνουμε από το να πετούμε αυτά τα στοιχεία [Α] είναι σύμφωνο με την α. Με άλλα λόγια το αποτέλεσμα της αναθεώρησης της [Α] και από το [α] θα είναι ισοδύναμο με το [Α]∩[α].

Εάν το [Α] και το [α] δεν τέμνονται, τότε το αποτέλεσμα της αναθεώρησης θα είναι έξω από τη [Α]. Στην αναθεωρημένη κατάσταση πεποιθήσεων, η α θα έπρεπε να γίνεται αλήθεια, π.χ. το αποτέλεσμα της αναθεώρησης θα είναι υποσύνολο του [α.

Στην περιορισμένη περίπτωση, όταν το α είναι λογικά λάθος, το [α] είναι το κενό σύνολο. Το αποτέλεσμα της κατάστασης πεποιθήσεων δεν θα έπρεπε να είναι ένα υποσύνολο του [α], π.χ. το αποτέλεσμα θα είναι σε αυτή την περίπτωση το κενό σύνολο των πιθανών κόσμων (που ανταποκρίνεται στο μη συνεπές σύνολο πεποιθήσεων).

Μπορούμε να συνοψίσουμε αυτό ας ακολούθως: (Gardenfors, 1984)

Το αποτέλεσμα της αναθεώρησης της [Α] από το [α] είναι ένα υποσύνολο του [α] που είναι:

1. Μη-κενό εάν το [α] είναι μη-κενό και
2. Ισοδύναμο το [Α]∩[α] εάν το [Α]∩[α] είναι μη-κενό

Αυτός ο απλός ρόλος για αναθεώρηση μπορεί να δειχτεί να ανταποκρίνεται ακριβώς στην μερική επιλογή αναθεώρησης.

Ο παραπάνω ρόλος της αναθεώρησης είναι αρκετά μη συγκεκριμένος. Μας επιτρέπει, εάν το [Α]∩[α] = Ø να διαλέξουμε από ένα μη-κενό υποσύνολο του [α] το αποτέλεσμα της αναθεώρησης. Δεν θέλουμε η αναθεωρημένη κατάσταση πεποιθήσεων να διαφέρει περισσότερο από την αρχική κατάσταση πεποιθήσεων [Α] από ότι θέτει σε κίνηση από την [α]. Αυτό μπορεί να το πετύχουμε από την απαίτηση το αποτέλεσμα της αναθεώρησης του [Α] από το [α] να περιέχει αυτά τα στοιχεία του[α] που είναι πιο κοντά όσο δυνατόν στο [Α]. Για αυτό το σκοπό μπορούμε να σκεφτούμε το [Α] που περιβάλλεται από ένα σύστημα ομόκεντρων σφαιρών. Κάθε σφαίρα εκπροσωπεί το βαθμό της κλειστότητας ή της ομοιότητας στο [Α]. Οι σφαίρες γύρω από το σύνολο των πιθανών κόσμων επίσης έχουν ονομαστεί ως οι ¨επαναφορές¨ τους.

Το αποτέλεσμα της αναθεώρησης του [Α] από το [α] θα έπρεπε να είναι η τομή του [α] με την στενότερη σφαίρα (επαναφορά) γύρω από το [Α] που έχει μια μη-κενή τομή με την [α]. Αυτή η κατασκευή εφευρέθηκε από τον Adam Grove, που επίσης απέδειξε ότι τέτοια αναθεώρηση βασιζόμενη σε σφαίρες ανταποκρίνεται ακριβώς στην μεταβατική σχεσιακή μερική επιλογή αναθεώρηση.

Οι πιθανοί κόσμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για πρόσθεση. Για αυτό θα έπρεπε να περιμένουμε η πρόσθεση του [Α] από το [α] να είναι ένα υπερσύνολο του [Α]. Επιπλέον, οι καινούργιες πιθανότητες, θα έπρεπε να είναι κόσμοι στους οποίους το α δεν συμβαίνουν, π.χ. πρέπει να υπάρχουν κόσμοι που τα ┐α δεν συμβαίνουν. Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης από το α θα έπρεπε να είναι ┐α να είναι πιθανόν.

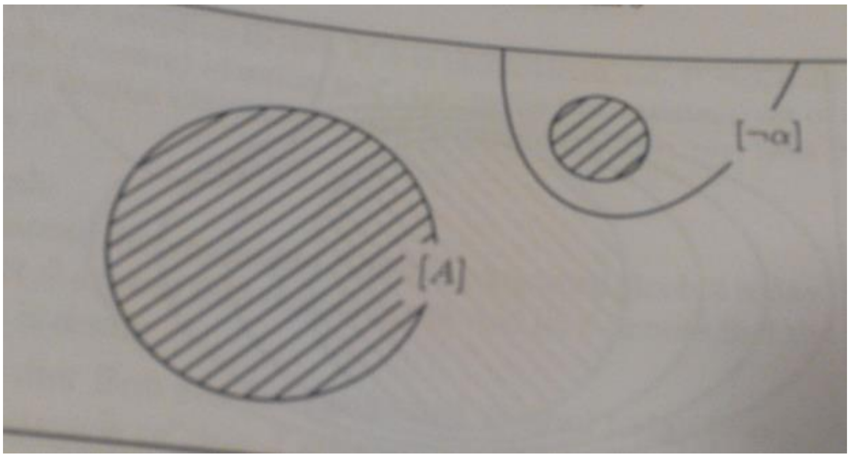
Στην περιορισμένη περίπτωση όταν [Α] και [α] έχουν μια μη-κενή τομή, μη μεγέθυνση του [Α] χρειάζεται να φτιάξει το ┐α να είναι πιθανόν και η αρχική κατάσταση πεποιθήσεων επομένως δεν θα αλλάξει. Περιληπτικά, η πρόσθεση μπορεί να σχηματιστεί σύμφωνα με το ακόλουθο κανόνα:

Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης [Α] από [α] είναι η ένωση του [Α] και ένα υποσύνολο από [┐α] που είναι:

1. Μη κενό εάν το υποσύνολο από [┐α] είναι μη κενό και

2. Ισοδύναμο με το [Α] ∩ [┐α] εάν το [Α] ∩ [┐α] είναι μη κενό.

Η πρόσθεση που παρουσιάζεται μπορεί να δειχτεί να ανταποκρίνεται ακριβώς στην μερική επιλογή κατασκευής. Επίσης, η ειδική περίπτωση όταν ολόκληρο από το [┐α] προστίθεται στο [Α] ανταποκρίνεται ακριβώς στην ολική επιλογή κατασκευής. Η άλλη υπερβολική περίπτωση όταν μόνο ένα στοιχείο από το [┐α] (ένα σημείο στην επιφάνεια) προστίθεται στο [Α] ανταποκρίνεται ακριβώς στην μέγιστη επιλογή κατασκευής. Επίσης, στην μέγιστη επιλογή κατασκευής από α προσθέτουμε μόνο μια πιθανή περίπτωση στην οποία α μπορεί να είναι ψευδής (┐α μπορεί να είναι αληθής).



Οι σφαίρες γύρω από το αρχικό σύνολο πιθανών κόσμων μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή. Στην κατασκευή βασιζόμενη σε σφαίρες του [Α] από το [α], αυτά τα στοιχεία του [┐α] προστίθενται στην κοντινότερη σφαίρα γύρω από το [Α] που έχει μια μη άδεια τομή με το [┐α]. Στην κατασκευή βασιζόμενη σε σφαίρες ανταποκρίνεται ακριβώς στην σχεσιακά μεταβατική μερική επιλογή κατασκευή.

Το σύστημα σφαιρών για την αφαίρεση των πεποιθήσεων ορίζεται διαφορετικά Σε αυτή την κατάσταση λόγω της απόρριψης πληροφορίας έχουμε μία αύξηση στον αριθμό των πιθανών κόσμων που περιγράφουν το "μειωμένο" σύνολο πεποιθήσεων. Όταν αφαιρούμε από ένα σύνολο πεποιθήσεων Κ μία πρόταση φ (καθώς και τις λογικές συνεπαγωγές της), τότε θα πρέπει να εφοδιάσουμε με επιπλέον πιθανούς κόσμους το σύνολο [Κ]. Δηλαδή θα πρέπει τουλάχιστον να ενσωματώσουμε με μερικούς ┐φ κόσμους στο [Κ], διαφορετικά οι πεποιθήσεις μας στην πρόταση φ θα συνεχίσουν να υπάρχουν (στη νέα κατάσταση πεποιθήσεων). Θα πρέπει να προσθέσουμε του πιο κοντινούς ┐φ-κόσμους. Συμπερασματικά, οι πιο συνεπείς με τη νέα επιστημονική κατάσταση πιθανοί κόσμοι προκύπτουν από την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{[K^{-}_{\phi}] = [K]\ U\ fs\ [\neg \phi]}$$

8 Το AGM μοντέλο

Το AGM μοντέλο έχει παίξει καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη της δυναμικής των πεποιθήσεων. Πήρε το όνομά του από τα αρχικά των δημιουργούν Karol Alchourron, Peter Gardenfors και David Makinson.

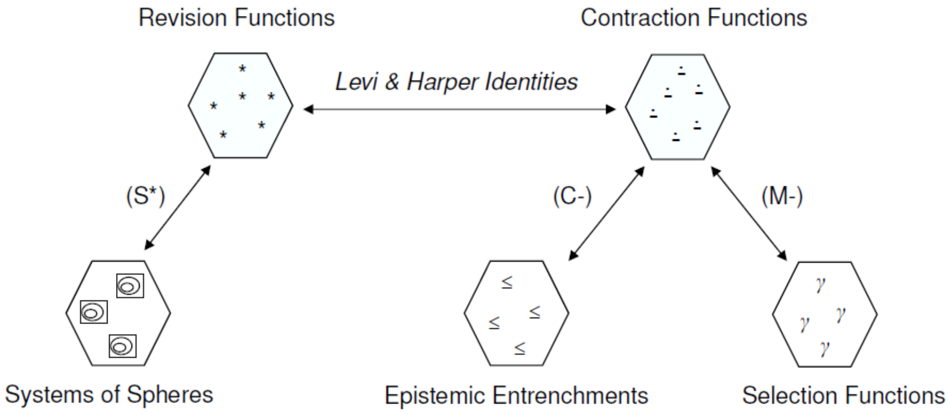


Figure 8.2: The AGM paradigm in the late 1980's

9 Επαναλαμβανόμενη Αναθεώρηση

Ο Spohn ήταν ο πρώτος που δρομολόγησε το πρόβλημα της επαναλαμβανόμενης αναθεώρησης βάσης. Ο Spohn απαιτεί σαν είσοδο όχι μόνο την νέα πληροφορία αλλά και το βαθμό της σταθερότητας με την οποία ο τελεστής αποδέχεται τη νέα πληροφορία. Με μια πιο κλειστή ματιά στη λύση του Spohn έχουμε το Spohn να παρουσιάζει τις προτιμητέες πληροφορίες που σχετίζονται με το σύνολο των πεποιθήσεων K. Καλεί αυτή τη δομή κοινή υποθετική συνάρτηση (OCF) . Τυπικά, μια OCF είναι μια συνάρτηση κ που αντιστοιχεί από το σύνολο M_L των πιθανών κόσμων σε κοινούς αριθμούς , έτσι ώστε τουλάχιστον ένας πιθανός κόσμος να προσδιορίζεται από τη μικρότερη ακέραια τιμή 0. Διαισθητικά, οι ordinary αριθμοί αναπαριστούν βαθμούς αληθοφάνειας των πιθανών κόσμων. Το μεγαλύτερο κ(r) είναι για μερικούς κόσμους r και για τους λιγότερους πιθανούς είναι το r .Αυτή η πιθανότητα μπορεί εύκολα να επεκταθεί και σε προτάσεις. Για κάθε συνεπής πρόταση φ, ορίζουμε κ(φ) την κ-τιμή του πιο αληθοφανή κόσμου. Ωστόσο, η κ δεν προσδιορίζει μόνο ποιος κόσμος είναι περισσότερος αληθοφανής αλλά προσδιορίζει και το ≤πόσο περισσότερο> αληθοφανής είναι σε σχέση με οποιονδήποτε άλλο. Με σύμβολα έχουμε : κ(φ) = min((k(r) : r E [φ])

Αυτοί οι κόσμοι με τιμή αληθοφάνειας 0 είναι οι πιο πιθανοί . Αυτοί οι κόσμοι ορίζουν ένα σύνολο πεποιθήσεων κ να σχετίζεται με αυτό. Ειδικά, λέμε ότι ένα σύνολο πεποιθήσεων K σχετίζεται με τη OCF κ εάν και μόνο εάν [K] = (r Є M_L : κ(r)=∅).

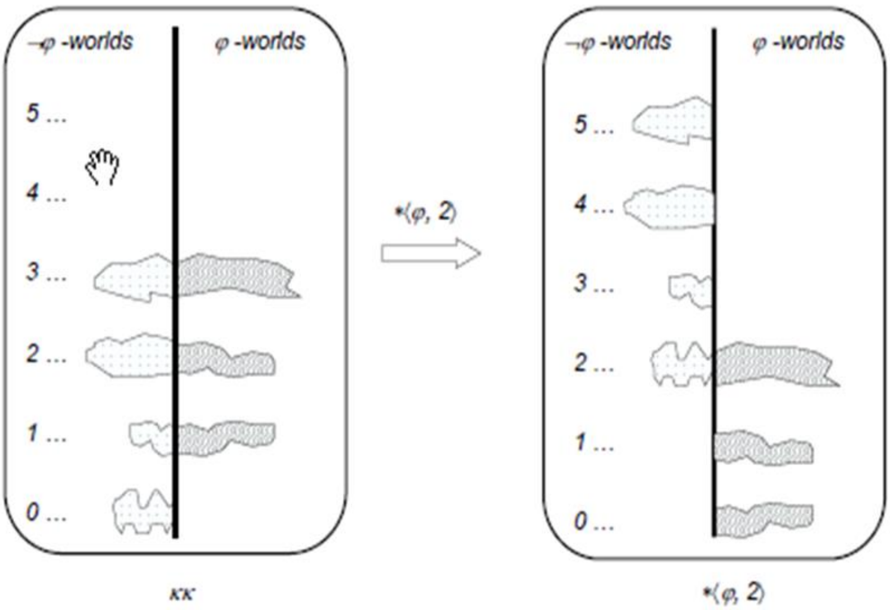
Δίνοντας μια θεωρία K και ένα OCF κ σχετιζόμενο αυτό, ο Spohn μπορεί να παράγει μια αναθεώρηση από το K για κάθε πρόταση φ όπως και για κάθε συνάρτηση OCF που σχετίζεται με το K*φ. Για να επιτευχθεί αυτό εκτός από την πληροφορία φ χρειαζόμαστε ως είσοδο και μία μεταβλητή d που αναπαριστά ''βαθμούς σταθερότητας". Η νέα OCF που παράγεται από την k και το ζεύγος (φ,d) συμβολίζεται ως κ*(φ,d) (r).

Σε μία κατάταξη k, όλοι οι φ-κόσμοι κινούνται ενάντια και προς τα κάτω σε σχέση με τους ┐φ-κόσμους, μέχρις ότου ο πιο αληθοφανής φ-κόσμος τερματίσει στην αρχή της κατάταξης. Αντίστοιχα, όλοι οι ┐φ -κόσμοι κινούνται προς τα πάνω μέχρις ότου ο πιο αληθοφανής ┐φ -κόσμος βρεθεί σε απόσταση d από την αρχή της κατάταξης (βλ σχήμα). Ο Spohn ονομάζει το (φ, d)- υποθετικοποίηση της κ. Ένα χαρακτηριστικό της (φ, d)-υποθετικοποίησης είναι ότι η πρόταση φ καταλήγει με το βαθμό της d ανεξάρτητα από την κατάταξη (κατάταξη προ-ενημέρωσης).

Η υποθετικοποίηση πράγματι εμφανίζεται και έχει πολλές τυπικές ιδιότητες όπως συμμόρφωση με τα AGM αξιώματα. Επιπλέον, παρατηρήστε ότι ο περιορισμός του κ στο [φ] και στο [┐φ] παραμένει απαράλλακτος κατά την διάρκεια της υποθετικοποίησης. Στην αίσθηση της αρχικής της ελάχιστης αλλαγής παρατηρείται όχι μόνο για μετακινήσεις μεταξύ συνόλων πεποιθήσεων αλλά και αυτών που σχετίζονται στα OFS.

Υπάρχουν όμως και άλλοι τρόποι να ερμηνεύσουμε την ελάχιστη αλλαγή στα συμφραζόμενα της επαναλαμβανόμενης αναθεώρησης.

Ο Williams παρουσίασε την διαδικασία της ρύθμισης σαν εναλλακτική της υποθετικοποίησης.



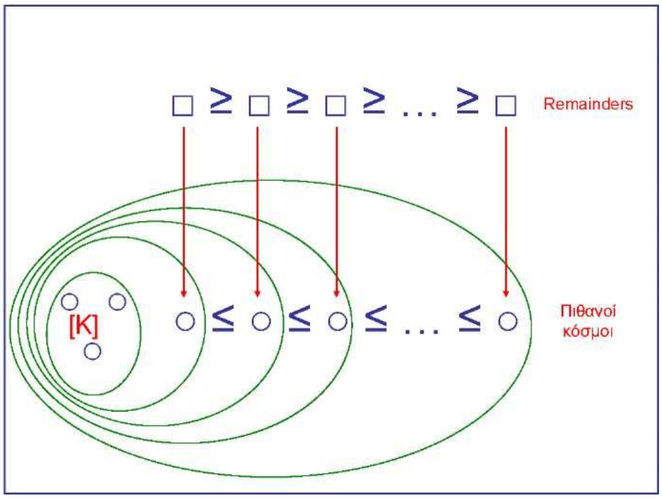
Η ρύθμιση ελαχιστοποιεί αλλαγές στους βαθμούς των πιθανών κόσμων σε απόλυτους όρους. Για να δει κάποιος αυτό, πρέπει να παρατηρήσει ότι στην αρχική περίπτωση όπου κ(φ)

> 0 και d > 0 , οι μόνοι φ-κόσμοι που αλλάζουν βαθμούς είναι οι πιο πιθανοί, στους οποίους οι βαθμοί γίνονται μηδέν. Επιπλέον, οι μόνοι ┐φ-κόσμοι που αλλάζουν βαθμό είναι αυτοί κατά τους οποίους οι βαθμοί είναι μικρότεροι από το d ή όχι μόνο υπάρχει τέτοιος κόσμος, όπου οι ελάχιστοι ┐φ-κόσμοι στους οποίους οι βαθμοί γίνονται d. Όπως στην υποθετικοποίηση, η ρύθμιση ικανοποιεί όλα τα AGM αξιώματα για αναθεώρηση.

Ολόκληρη η συσκευή των OFS και των δυναμικών τους (υποθετικοποίηση ή ρύθμιση) μπορούν να ξαναπαρουσιαστούν χρησιμοποιώντας προτάσεις από ότι πιθανούς κόσμους σαν αρχικές βάσεις. Για το τέλος, ο Williams όρισε την έννοια των συναρτήσεων της τακτικής επιστημονικής κατοχύρωσης (OEF) σαν ένα ειδικό σχεδιασμό από προτάσεις σε τακτικούς αριθμούς , με σκοπό να κωδικοποιήσει την αντίσταση των προτάσεων για αλλαγή. Τον υψηλότερο βαθμό σε τακτικό αριθμό εκχωρείται σε πρόταση όπου εμφανίζεται υψηλότερη αντίσταση στην πρόταση. Όπως ακριβώς, με τον ίδιο τρόπο που το όνομα, συμβουλεύει η OEF, είναι μια εμπλουτισμένη παραλλαγή της επιστημονικής κατοχύρωσης (με τον ίδιο τρόπο που η OEF είναι μια εμπλουτισμένη παραλλαγή του συστήματος των σφαιρών). Ο Williams διατύπωσε τα ομόλογα της υποθετικοποίησης και της ρύθμισης για OEF και απέδειξε την ισοδυναμία με την αντίστοιχη λειτουργία στην OEF.

Ο Nayak πήγε ένα βήμα παραπέρα. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο της κανονικής επιστημονικής κατοχύρωσης για να κωδικοποιήσει την αντίσταση των προτάσεων για αλλαγή, κατανόησε το γενικό πρόβλημα της δυναμικής της επιστημονικής κατοχύρωσης. Η καινοτομία της άποψης του Nayak είναι ότι η επιστημονική είσοδος δεν είναι πλέον μια απλή πρόταση όπως στο AGM, ή ακόμα μια πρόταση ζευγαρωμένη με ένα βαθμό από σταθερότητα όπως στην δυναμική των OEF, αλλά μάλλον μια διαφορετική επιστημονική κατοχύρωση. Π.χ. μια αρχική επιστημονική κατοχύρωση ≤, αναθεωρείται από μια άλλη επιστημονική κατοχύρωση ≤΄, παράγοντας μια καινούργια επιστημονική κατοχύρωση ≤ *≤΄. Παρατηρήστε ότι εξαιτίας της (ΕΕ4), μια επιστημονική κατοχύρωση μοναδικώς καθορίζει το σύνολο των πεποιθήσεων με το οποίο σχετίζεται. Θα ονομάζουμε αυτό το σύνολο περιεχόμενο της επιστημονικής κατοχύρωσης. Η αναθεώρηση της επιστημονικής κατοχύρωσης θα μπορούσε να ερμηνευτεί σαν ακολούθως. Η αρχική επιστημονική κατοχύρωση ≤ αντιπροσωπεύει και τα δύο το κανονικό σύνολο των πεποιθήσεων Κ (οριζόμενο ως περιεχόμενο) και την δομή προτίμησης που σχετίζεται με το Κ. Η είσοδος του ≤΄ αντιπροσωπεύει πρωταρχικό στοιχείο. Το περιεχόμενο του Κ΄ από ≤΄ περιγράφει την καινούργια πληροφορία, ενώ η διάταξη του Κ΄ σχετίζεται με την σχετική δύναμη της αποδοχής των προτάσεων στο Κ΄. Τελικά, ≤*≤΄ κωδικοποιεί και τα δύο, την μεταγενέστερη πεποίθηση και την δομή προτίμησης που σχετίζεται με αυτό.

Ο Nayak προτείνει μια ειδική κατασκευή για δυναμικές επιστημονικές κατοχυρώσεις και δείχνει ότι ο τελεστής που προκαλείται ικανοποιεί (μια γενική εκδοχή) των AGM αξιωμάτων για αναθεώρηση. Συγκρίνοντας του Williams τις δυναμικές των OEF, του Nayak η εργασία είναι πιο κοντά στο AGM (η χρήση της επιστημονικής κατοχύρωσης να εκπροσωπήσει καταστάσεις πεποιθήσεων και πιθανότητα να εκπροσωπήσει σε σχετικούς όρους μάλλον παρά σε απόλυτους όρους). Από την άλλη, όμως, όταν είναι να έρθει το μοντέλο της επιστημονικής εισόδου, ο Nayak αναχωρεί μακρύτερα από τον Williams από ότι το AGM παράδειγμα. Μια επιστημονική κατοχύρωση (χρησιμοποιημένη από τον Williams) είναι πολύ πιο περίπλοκη δομή από μια βαρύτερη πρόταση (χρησιμοποιημένη από τον Williams), που με την σειρά της είναι πλουσιότερη από μια απλή πρόταση (χρησιμοποιημένη από το AGM παράδειγμα).



10 Επίλογος

Ξεκάθαρα, δεν είναι πιθανόν να παρέχουμε ένα λεπτομερές ποσό από όλη την εργασία την αναθεώρηση πεποιθήσεων σε λίγες σελίδες. Όπως άλλωστε ελπίζουμε ότι έγινε αντιληπτό είναι ότι το ζήτημα με το οποίο ασχοληθήκαμε είναι πολυδιάστατο και όχι ακόμα πλήρως αποσαφηνισμένο. Άλλωστε ο σκοπός μας ήταν να εκθέσουμε στον αναγνώστη κάποιες από τις κεντρικές ιδέες και συνέπειες αυτού του μέρους. Υπάρχει πολύ μεγάλο όγκο εργασίας στις παραλλαγές στα AGM αξιώματα και στις απαραίτητες ρυθμίσεις στα αντίστοιχα κατασκευαστικά μοντέλα.

Βασιλική οδός για την αναπαράσταση γνώσης δεν υπάρχει. Σίγουρα όμως το ταξίδι αξίζει τον κόπο. Η «καταβύθιση» στα θεμέλια για την αναπαράσταση γνώσης είναι ένας λαβύρινθος που όμως αποτελεί κινητήριο δύναμη για την αέναη ανθρώπινη απορία για την λογική. Διαφαίνεται η ανάγκη για ολιστικού τύπου έρευνας των θεμελιακών αξιωμάτων .

Η εργασία αυτή παρουσιάζει συνοπτικά τις διάφορες απόψεις, οπτικές και προοπτικές του θέματος και καλεί οποιοδήποτε βρίσκει ελκυστικό και ενδιαφέρον ένα τέτοιο ζήτημα να αναρωτηθεί και να το αντιμετωπίσει από ένα διαφορετικό πρίσμα.

11 Βιβλιογραφία

[1] Alchourron, C.E., and Makinson D., 1985. The logic of theory change: Safe contraction. s.l.:Studia logica vol. 44, pp. 405-422.

[2] Alchourron, C.E., and Makinson. D., 1981. The logic of theory change: Contractions and their associated revision functions. s.l.:Theoria vol.48, p.p. 14-37.

[3] Alchourron, C.E., Gardenfors P. and Makinson D., 1985. On the logic of theory change: Partial meet functions for contraction and revision. 50(Journal of Symbolic Logic), pp. 510-530.

[4] Fagin R., Joseph Y., Harpern, Moses Y. and Vardi. MY, 1995. Reasoning About Knowledge. s.l.:The MIT Press..

[5] Gardenfors, P., 1978. Conditionals and Changes of Belief. s.l.:s.n.

[6] Gardenfors, P., 1984. Epistemic importance and minimal changes of belief. vol. 62, p.p. 136-157 ed. s.l.:Australasian Journal of Philosophy.

[7] Gardenfors, P., 1984. Epistemic Importance and minimal changes of belief. s.l.:Australasian Journal of Philosophy vol. 62, p.p. 136-157.

[8] Gardenfors, P., 1992. Belief Revision. s.l.:Cambridge University Press.

[9] Grove, A., 1986. Two Modellings for Theory Change. s.l.:Auckland Philoshophy Papers 13.

[10] Gruber, T., 1993. A translation approach to portable ontologies. Knowledge Acquisition ed. s.l.:vol 5(2) pp.199-220.

[11] Hansson, O., 1991. Belief base dynamics. PhD Thesis ed. s.l.:Uppsala University.

[12] Hansson, O., 1991. Belief Contraction Without Recovery. Studia Logica ed. s.l.:vol. 50, pp. 251-260.

[13] Hansson, O., 1992. In defense of base contraction. s.l.:Synthese vol. 91, pp.239-245.

[14] Hansson, O., 1992. In defense of the ramsey test. s.l.:J. P/z&x. vol. 89, pp.522-540..

[15] Hansson, O., 1994. Kernel contraction. s.l.:Journal of Symbolic Logic, vol 59, pp 845-859.

[16] Hansson, O., 1997. Semi-revision. s.l.:Journal of applied non-classical logic, vol. 7 (1-2), pp. 151-175.

[17] Hansson, O., 1999. A Textbook of Belief Dynamics.Theory Change and Database Updating. s.l.:Kluwer Academic Publishers.

[18] Katsuno, H and A.O. Mendelson, 1989. A unified view of propositional know¬ledge base updates. s.l.:In proceedings of the 11th International Joint Conference on Artificial Intelligence, pp.1413-1419.

[19] Katsuno, H and A.O. Mendelson, 1991. Propositional knowledge base revision and minimal change. s.l.:Artificial Intelligence, vol. 52(3), pp.263-294.

[20] Katsuno, H and A.O. Mendelson, 1992. On the Difference between Updating a Knowledge Database and Revising it. s.l.:In Belief Revision, Garnefors, P (ed), Cambridge Press, Cambridge, England.

[21] Keller, A.M. and M. Winslett Wilkins, 1985. On the use of an extended relational model to handle changing in complete information. s.l.: IEEE trans. on Software Engineering, SE-11:7, pp.620-633.

[22] Levi, I., 1977. Subjunctives, dispositions and changes. s.l.:Synthese vol. 34, pp.423-455.

[23] Levi, I., 1988. Iteration of conditionals and the ramsey test. s.l.:Synthese vol. 76, pp.49-81.

[24] Lewis, D., 1973. Counterfactuals. s.l.:Oxford.Blackwel.

[25] Makinson, D., 1987. On the status of the postulate of recovery in the logic of theory change. s.l.:Journal of Philosophical Logic vol. 16, pp.383-394.

[26] Rott, H., 1989. Conditionals and theory change: revision, expansions and addittions. s.l.:Synthese. vol.81, pp. 91-113.

[27] Winslett, M., 1988. Reasoning about action using a possible models approach. s.l.:In Proceedings of the Seventh National Conference on Artificial Intelligence, pp.89-93.

[28] Winslett, M., 1990. Updating Logical Databases. s.l.:Cambridge University Press.

12 Πίνακας Συμβόλων

Καταστάσεις πεποιθήσεων

K κατάσταση πεποιθήσεων

A,B, σύνολο από προτάσεις

B βάση πεποιθήσεων

s υποστηρικτική συνάρτηση

Θεωρία συνόλων

{…} σύνολο

∈ στοιχείο

∉ μη στοιχείο

⊆ υποσύνολο

⊈ δεν είναι υποσύνολο

⊂ απαραίτητο υποσύνολο

⊄ δεν είναι απαραίτητο υποσύνολο

∪ ένωση

∩ τομή

\ διαφορά

∅ κενό σύνολο

Λογική

α, β, … προτάσεις

p,q,… ατομική πρόταση

T ταυτολογία

⊥ αντίφαση

¬ άρνηση

& σύζευξη

$\vee$ διάζευξη

$\rightarrow$ επαγωγή

$\leftrightarrow$ ισοδυναμία

Λογική Συνέπεια

Cn τελεστής συνέπειας

$\vdash$ σχέση συνέπειας

γ συνάρτηση επιλογής

$\leq$ σχέση καταχώρησης

Τελεστές αλλαγής

$\div$ αφαίρεση

-- αφαίρεση

+ πρόσθεση – επέκταση

*αναθεώρηση